This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

B 876,369

Digitized by Google

PROPERTY OF
The University of Michigan Libraries
1817
ARTES SCIENTIA VERITAS

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

BURT FRANKLIN RESEARCH & SOURCE WORKS SERIES #93

LES
MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES
A L'ÉCONOMIE POLITIQUE

Digitized by Google

Digitized by Google

LES

MATHÉMATIQUES

APPLIQUÉES

A L'ÉCONOMIE POLITIQUE

PAR

WŁ. ZAWADZKI

BURT FRANKLIN RESEARCH & SOURCE WORKS SERIES #93

BURT FRANKLIN
NEW YORK

Digitized by Google

HB
173
.Z38
1964

PUBLISHED BY
BURT FRANKLIN
235 EAST 44TH ST.
NEW YORK, N. Y. 10017

FIRST PUBLISHED:

PARIS

1914

PRINTED IN U.S.A.

Digitized by Google

13- 419372

DÉDIÉ A MA MÈRE.

Digitized by Google

ERRATA

Page 71, sixième ligne, au lieu de $\frac{d\varphi\,(D)}{d\,(D)}$, lire $\frac{d\varphi\,(D)}{d\,D}$

Page 116, douzième ligne,

au lieu de $\int_{x_1}^{x_2} f_1\,(x).dx$, lire $\int_{x_1}^{x_2} f_1\,(x).dx$

Digitized by Google

INTRODUCTION

1. Economie pure et appliquée

Cet ouvrage n'est pas un manuel d'économie mathématique. Ce n'est pas un exposé systématique de cette discipline, ni des nouvelles recherches dans cet ordre d'idées que nous avons en vue. Nous nous proposons simplement d'étudier les deux questions suivantes : dans quelles conditions une application des mathématiques à l'économie est-elle possible ? dans quelle mesure peut-elle être utile ?

***

Les économistes sont à peu près d'accord aujourd'hui pour proclamer que l'étude de l'économie politique exige l'emploi parallèle des deux grandes méthodes qui s'offrent à notre investigation : l'induction et la déduction. L'emploi de ces deux méthodes pourrait se faire, peut-être, d'une façon simultanée et sensiblement égale ; mais par suite de leurs dispositions intellectuelles particulières, de leur tempérament scientifique peut-être, les savants

Digitized by Google

ont été amenés à accorder la préférence à l'une ou à l'autre de ces méthodes. C'est ainsi que se sont développées les deux branches principales de la science — l'économie descriptive et historique, dite aussi appliquée, et l'économie théorique, dite aussi économie pure ou abstraite.

La première se borne en principe à décrire aussi exactement que possible les phénomènes économiques apparents, leur succession et leurs connexions, dans toute la complexité naturelle ; elle n'admet que les généralisations inductives. Cette discipline fait un grand usage des statistiques ; pour les établir et présenter leurs résultats, on peut avoir besoin de recourir à des méthodes et des formules mathématiques. L'usage en a été d'ailleurs très restreint jusqu'à présent, en ce qui concerne les statistiques économiques : on n'a fait qu'envisager théoriquement sa possibilité (1).

Ce serait là un premier cas d'application des mathématiques à l'économie, et dont personne ne conteste l'utilité ; mais il est plutôt du domaine des statisticiens que des économistes, et nous ne nous en occuperons pas dans cet ouvrage.

A part cela l'économie descriptive n'offre évidemment pas de champ d'action au raisonnement mathé-

(1) Par ex. Pareto, dans ses études sur la forme de la courbe des revenus.

Digitized by Google

matique. Aussi comprend-on l'aversion que ressentent pour ce dernier les théoriciens qui voient dans l'induction la méthode essentielle de l'économie. Mais l'induction ne suffit pas à construire la science : elle ne nous renseigne que très peu sur les relations d'interdépendance des phénomènes économiques. Ces phénomènes sont tellement complexes, influencés par tant d'éléments, qu'ils ne se prêtent que difficilement à des généralisations purement inductives. Une économie purement descriptive, élaborée sans intervention de principes aprioriques, ne serait qu'un amas de détails et de faits isolés, où la pensée ne saurait se retrouver.

L'économie théorique, ou pure, étudie la vie économique, telle qu'elle se présenterait, si toutes les actions humaines étaient régies par un seul principe directeur; elle admet, de plus, certaines hypothèses en ce qui concerne les conditions extérieures de cette action. Il est évident que cette étude n'a de valeur pratique, qu'autant que le principe choisi est effectivement le motif dominant de la vie économique.

C'est ainsi que les théoriciens ont été amenés à admettre plus ou moins explicitement les thèses suivantes [1] :

---

[1] Comparez C. MENGER : *Untersuchungen über die Methode*, etc., Vienne, 1883; CAIRNES : *The Character and lo-*

Digitized by Google

1° Les hommes, dans leurs actions économiques, recherchent, à l'exclusion de tout autre objet, le maximum de profit personnel (on peut dire aussi : plaisir ou satisfaction, présente ou future, que procurent les objets matériels ou les services qu'on peut obtenir en échange d'objets matériels);

2° Les hommes sont suffisamment instruits de leurs goûts et des propriétés des choses pour pouvoir choisir entre les combinaisons possibles celle qui est la plus profitable;

3° Tous les hommes sont absolument libres dans leurs actions économiques; ils ne subissent de contrainte ni de la part de l'Etat, ni de la part de leurs semblables.

Ces principes de l'économie pure ont été souvent mal compris et violemment attaqués. On a cru que les économistes admettaient que les hommes agissent de la manière résumée plus haut, ou, ce qui plus est, que ces auteurs recommandaient d'agir de cette manière. Or, il est certain que la majorité des gens ne s'y conforment pas exactement, et il est à souhaiter, au point de vue de la morale et de la civilisation, qu'ils ne le fassent pas. Mais il est indé-

---

gical Method of political economy, Londres, 1857; PANTALÉONI : *Principii di economia politica pura,* Florence, 1893; AUPETIT : *Théorie générale de la monnaie,* Paris, 1901 ; WUNDT : *Logik,* III, 544.

Digitized by Google

niable également que dans la plupart des cas on se rapproche sensiblement des principes énoncés; il y a donc un intérêt scientifique à en étudier les conséquences, car de cette manière nous obtenons un tableau qui n'est pas très éloigné de la réalité économique. Cette étude s'impose d'autant plus, qu'elle est, pour le moment, le seul moyen de découvrir les relations existantes entre les phénomènes économiques toutes les fois que l'induction directe ne peut pas nous renseigner là-dessus. Il ne s'ensuit pas que les thèses citées soient inattaquables ou leur portée, universelle; si nous pouvions les remplacer par d'autres qui tiennent mieux compte des faits, nous devrions le faire immédiatement.

Nous les conservons pour le moment comme les plus commodes.

Pas plus que l'économie descriptive, l'économie pure ne saurait nous suffire à connaître toute la réalité économique; son existence cependant est absolument justifiée par le besoin de notre esprit de faire abstraction des phénomènes secondaires pour découvrir les lois des phénomènes essentiels et permanents. Les résultats doivent ensuite subir une correction pour concorder avec la réalité : l'économie pure sert à ordonner et à expliquer les matériaux réunis par l'économie descriptive — celle-là sert à vérifier et à corriger les abstractions de l'économie pure.

Digitized by Google

*
* *

Nous ferons ici une remarque sur laquelle il nous faudra revenir encore dans la suite. La première thèse de l'économie pure, telle que nous l'avons résumée, contient implicitement la supposition que le profit ou la satisfaction sont des grandeurs mesurables. C'est une hypothèse plausible, mais en même temps impossible à démontrer. De plus, nous sommes obligés de restreindre d'une façon arbitraire la notion même de satisfaction. Ces difficultés avaient été aperçues par plusieurs auteurs, mais n'ont pas été supprimées malgré leurs raisonnements ingénieux. Récemment, M. Pareto a démontré que l'économie mathématique nous donne le moyen de remplacer ce que nous avons appelé la première thèse, par plusieurs définitions mathématiques. Cette manière de procéder offre cependant de grandes difficultés aux personnes peu familiarisées avec les méthodes de raisonnement des géomètres. Aussi avons-nous préféré commencer cette étude en admettant provisoirement la manière de voir des ouvrages antérieurs, moins exacte, mais plus facile à saisir, et en nous réservant d'exposer plus tard la conception de l'éminent professeur de Lausanne et ses avantages scientifiques.

Digitized by Google

*
* *

Même parmi les partisans de l'économie théorique, l'application des mathématiques a rencontré jusqu'à présent beaucoup de méfiance. On peut citer parmi ses adversaires Cairnes, Menger, de Böhm-Bawerk, etc... Plusieurs circonstances ont concouru à cette opinion négative. Il y a d'abord peut-être au fond un malentendu : on prête à l'économie mathématique des ambitions qu'elle n'a pas, en croyant que son but est de chercher des rapports numériques précis entre les grandeurs économiques ou de présenter toujours les unes en fonctions déterminées des autres. Il est facile de démontrer l'impossibilité de cette tâche; certains se sont appuyés là-dessus pour rejeter toute application du calcul. Cette erreur a été expliquée et réfutée déjà par Cournot, et on ne la retrouve plus dans les raisonnements récents; il n'est pas impossible pourtant qu'elle exerce encore par la force de l'inertie une certaine influence. Actuellement on avance surtout contre l'économie mathématique son prétendu manque de souplesse, son caractère par trop abstrait, ou bien on affecte simplement un septicisme hautain en ce qui concerne la valeur des résultats, par elle obtenus. Il est certain que l'économie mathématique a besoin de notions bien définies, tranchées; que souvent elle

Digitized by Google

doit éviter les distinctions subtiles et ne peut envisager, au moins en ce qui concerne le raisonnement général, les exceptions plus ou moins importantes. Elle peut être obligée à faire des admissions subsidiaires assez éloignées de la réalité. Jusqu'à quel point les résultats obtenus dans ces conditions sont-ils utiles; quelle en est en général la valeur scientifique ? Voici des questions auxquelles on ne peut répondre *a priori*. Un arbre se reconnaît à ses fruits, une méthode à ses résultats : pour résoudre utilement la question de savoir si l'emploi des mathématiques en économie est justifié, il semble qu'il n'y ait qu'un moyen : c'est de soumettre les résultats connus de l'application mathématique à un examen au point de vue de leur utilité pour l'économie politique. C'est une étude de ce genre que nous vous proposons de faire dans cet ouvrage [1].

---

[1] Nous mentionnerons ici une autre objection contre l'économie pure, telle que nous l'avons exposée : suivant certains sociologues, les phénomènes sociaux doivent être considérés comme des unités d'ordre supérieur, dont les lois ne peuvent être déduites de celles qui règlent les actions individuelles (ainsi que nous l'avons implicitement supposé). La discussion de cette conception nous entraînerait trop loin; personnellement, nous la tenons pour non justifiée, quoique dans certains cas particuliers elle puisse rendre des services. Il semble cependant que, même en l'admettant, on ne soit pas obligé de rejeter absolument

Digitized by Google

2. Possibilité théorique d'appliquer les mathématiques à l'économie pure

Nous essaierons d'abord de démontrer que l'application des mathématiques à l'étude de l'économie est en général une chose possible.

Dans son article sur « L'Economie mathématique » [1]. M. Vilfredo Pareto définit de la facon suivante l'objet de cette discipline.

« Etant données les lois mathématiques selon lesquelles agissent en moyenne certains êtres, déterminer les conséquences de ces lois » ; et il ajoute :

« Au point de vue théorique, ces lois pourraient être quelconques, mais il est évident qu'il faut nous occuper particulièrement de celles qui, par abstrac-

---

la méthode individualiste : les lois biologiques ne peuvent pas en général être déduites des lois chimiques ou physiques; il ne s'ensuit pas que la biologie doive négliger toute tentative de le faire et, d'autant plus, rejeter celle qui a été couronnée de succès. Il ne peut pas exister de lois sociologiques en contradiction avec les lois psychologiques ou leurs conséquences; aussi l'étude de ces dernières a-t-elle une valeur incontestable; tout au plus peut-on affirmer qu'elle n'épuise pas la matière.

[1] *Encyclopédie des sciences mathématiques*, t. I, vol. 4, p. 591. Remarquons qu'au moment de mettre notre ouvrage sous presse, le commencement seul de l'article de M. Pareto avait paru.

Digitized by Google

tion, peuvent plus ou moins bien correspondre à des cas concrets. »

Il faut donc :

1° Qu'il existe des lois mathématiques selon lesquelles agissent des êtres peu différents des hommes ordinaires;

2° Qu'on puisse tirer de ces lois des conséquences intéressant notre science.

Nous essaierons de démontrer immédiatement ces deux thèses. Pour les raisons exposées plus haut, nous partirons dans nos raisonnements des suppositions :

1° Que l'homme économique cherche à maximaliser sa satisfaction, (ou, suivant le terme proposé par V. Pareto, son ophélimité); 2° Que la satisfaction (ophélimité) est une grandeur et peut être traitée comme telle. Il est d'abord très facile de voir que certaines généralisations économiques, ayant une portée presque universelle, ont un caractère nettement quantitatif, présentent donc des lois mathématiques.

C'est ainsi que la satisfaction totale, procurée par quelque chose, croît en mesure de la quantité qu'on en possède et peut consommer. Nous pouvons exprimer ceci mathématiquement, en disant que la satisfaction, ou l'ophélimité totale, est une fonction croissante de la quantité, ou encore que la dérivée de l'ophélimité par la quantité est toujours positive.

Digitized by Google

Mais en général l'accroissement de la satisfaction procurée par chacune des unités successives (ophélimité élémentaire de V. Pareto) ira en diminuant; nous exprimons ceci, en disant que la deuxième dérivée de l'ophélimité par la quantité est négative.

Le maximum absolu de satisfaction serait atteint pour l'homme économique quand il aurait de tous les objets à satiété. Mais ce maximum absolu est irréalisable, étant donné que les besoins humains peuvent croître indéfiniment, tandis que les moyens de les satisfaire sont en nombre limité; on ne peut en principe s'en procurer de nouveaux qu'en travaillant ou en cédant quelque chose de ce qu'on possède. Il faut donc se contenter d'un maximum relatif, qui sera procuré par une certaine combinaison quantitative des objets et services propres à satisfaire nos besoins. L'homme économique agira de manière à atteindre ce maximum relatif : il augmentera ou diminuera les quantités de son travail, multipliera les échanges jusqu'au moment où tout nouveau changement ne lui procure aucun accroissement de satisfaction : alors c'est l'arrêt, l'équilibre en ce qui concerne cet individu. Etant données les relations ci-dessus entre les quantités des objets et la satisfaction qu'ils procurent, le problème du maximum relatif peut être facilement traité par les mathématiques : sa solution générale nous donnera certaines relations quantitatives qui

Digitized by Google

caractérisent l'état d'équilibre économique, autrement dit, certaines lois mathématiques de cet équilibre. L'homme économique est amené à agir suivant ces lois — la première condition de l'économie mathématique se trouve ainsi réalisée.

Si les rapports dans lesquels s'échangent les objets les uns contre les autres, ou peuvent être transformés les uns en les autres, ou encore obtenus au moyen du travail, étaient fixés une fois pour toutes, le problème serait des plus faciles. Ces rapports se présentent à nous dans la vie économique sous la forme de prix, de salaires, de coefficients de production, etc..., ils dépendent d'une multitude de circonstances et sont continuellement variables. Les variations sont de deux sortes; les unes provoquées par des changements dans les éléments mêmes dont dépendent les rapports en question; nous commencerons par en faire abstraction, en supposant que ces changements n'interviennent que de temps en temps. A l'intérieur de telles périodes, il ne reste que les variations qui tendent à adapter les prix, etc., les uns aux autres et aux éléments du système; on conçoit que ces mouvements, s'ils pouvaient se poursuivre assez longtemps, aboutiraient à une adaptation complète, à un état d'équilibre.

Nous pouvons donc théoriquement nous figurer un tel état d'équilibre général, où tous les rapports définis plus haut seraient fixés : constants ou varia-

Digitized by Google

bles suivant des règles strictement déterminés. Un tel équilibre théorique présente l'image des tendances réelles de la vie économique, et de là vient la grande utilité, la nécessité de cette fiction.

L'équilibre économique ne peut se réaliser qu'autant que sont remplies certaines conditions, qui ne sont autres que les limites vers lesquelles tendent les relations d'interdépendance des faits et grandeurs économiques. Leur étude est donc une des principales parties de la science, et c'est dans cette étude que les mathématiques peuvent vous apporter un concours important.

Les éléments de l'équilibre peuvent être soumis d'une façon permanente (c'est-à-dire aussi bien pendant qu'en dehors de l'équilibre) à certaines conditions, dérivant soit de la nature des choses, soit des dispositions des hommes, soit encore des conditions sociales ou techniques des transformations économiques. Et comme les éléments de l'équilibre économique sont toujours des grandeurs (quantités de matières ou services, rapports quantitatifs entre elles), il est naturel que ces conditions puissent être représentées sous une forme mathématique. Pour découvrir ces conditions nous pourrons être obligés de recourir aux méthodes les plus diverses, — observation, raisonnement déductif ou analyse psychologique; ou bien faire usage des résultats des autres sciences, ou même recourir à des hypothèses; le

Digitized by Google

calcul nous aidera rarement dans cette tâche; par contre ces résultats pourront presque toujours être exprimés par des équations, des inégalités, ou par certaines propriétés de fonctions mathématiques qui se rangeront, d'ailleurs, pour la plupart, dans les deux catégories précédentes. Avec les conditions découlant de la tendance à obtenir le maximum de satisfaction nous obtiendrons un système de relations mathématiques, qui caractérisent l'état d'équilibre.

Si le nombre des équations de ce système est égal au nombre des inconnues, tous les éléments de l'équilibre sont déterminés d'une façon univoque; le système des équations peut nous servir directement de base à l'étude des relations entre ces éléments. Si le nombre des équations est supérieur à celui des inconnues, nous pouvons rechercher quelles sont les conditions additionnelles qu'on peut adjoindre pour déterminer le système, ou bien rechercher les limites de l'indétermination, etc. Enfin. il peut arriver que le nombre des équations soit supérieur à celui des inconnues : dans ce cas le système est trop déterminé, ou impossible, ce qui veut dire que nous avons fait une hypothèse intenable. Dans tous les cas le système mathématique nous permet de tirer des conséquences intéressantes. Son utilité est fondée surtout sur la multiplicité des conditions auxquelles doit satisfaire cet équilibre,

Digitized by Google

multiplicité qui dépasse singulièrement les ressources du raisonnement ordinaire; l'emploi des mathématiques peut seul nous permettre d'envisager l'interdépendance des phénomènes économiques d'une façon générale et complète.

Ainsi se trouve démontrée la possibilité d'appliquer utilement les mathématiques, au moins en ce qui concerne l'étude de l'équilibre économique.

3. Caractère général de l'économie mathématique Economie et mécanique

Avant d'aborder l'étude des tentatives mathématico-économiques, nous voudrions faire encore quelques remarques générales. Ce serait une erreur, à notre avis, que de vouloir enfermer l'utilité de la discipline dans quelque formule étroite, car cette utilité peut être extrêmement diverse. Quelquefois les mathématiques nous donnent une formule très générale du phénomène; une autre fois la loi d'un cas très particulier; d'autres fois encore ce sera une indication méthodologique ou une démonstration plus exacte d'une loi déjà connue des économistes; parfois elles nous permettent de découvrir de nouvelles relations; plus souvent elles nous préservent des erreurs. En général, cependant, il est assez évident que l'utilité de l'économie mathématique sera

Digitized by Google

d'autant plus grande, que « les lois mathématiques suivant lesquelles agissent » les hommes nous seront mieux connues et mieux déterminées. Dans le cas le plus général ces lois se présentent à nous comme des fonctions mathématiques ayant certaines propriétés fondamentales. Dans les cas particuliers les fonctions sont caractérisées par des propriétés additionnelles. Si nous connaissions exactement ces propriétés fondamentales, si nous pouvions, de plus, préciser toujours les propriétés particulières qui caractérisent les fonctions dans des cas se rapprochant de la réalité, nous pourrions au moyen du calcul descendre des formules les plus générales, de proche en proche, jusqu'aux cas particuliers, et l'économie mathématique engloberait de cette manière tout le domaine de la science, de l'équilibre économique tout au moins. L'ordonnance de la nouvelle discipline pourrait évidemment ne pas concorder avec celle antérieurement admise par les économistes; mais c'est celle-là qu'il faudrait changer.

Or, et sans anticiper sur la suite de l'ouvrage, nous pouvons dire que nous sommes encore infiniment loin de l'idéal esquissé tout à l'heure. Il semble surtout extrêmement difficile de préciser les propriétés additionnelles des fonctions, en ce sens que les fonctions bien déterminées au point de vue mathématique ne caractérisent presque jamais des

Digitized by Google

cas se rapprochant de la réalité. Ce sont cependant ces cas, plus ou moins particuliers, qui intéressent surtout l'économie politique : c'est pour les expliquer, coordonner et exposer qu'a été créé pour ainsi dire tout l'appareil de la science, et il ne semble pas que cette situation puisse être radicalement changée.

L'avenir seul nous dira dans quelle mesure l'économie mathématique peut progresser dans le sens indiqué tout à l'heure; le lecteur pourra se convaincre dans la suite de cet ouvrage que fort peu a été fait jusqu'à présent.

C'est là que réside à notre avis la grande différence entre l'application des mathématiques à l'économie et à la mécanique. Il nous semble que des savants très éminents ont dernièrement trop insisté sur les ressemblances apparentes, trop négligé les divergences profondes de ces deux sciences. Il ne s'agit évidemment pas du contenu des lois, mais de leur revêtement mathématique. Or, les formules d'équilibre mécanique et économique peuvent montrer certaines analogies, leur valeur scientifique n'en est pas moins très différente. En mécanique on peut presque toujours passer de la formule la plus générale aux phénomènes concrets, en précisant graduellement les caractères des fonctions qui entrent dans cette formule, car à une partie au moins de ces précisions correspondent des classes de phénomènes

Digitized by Google

très rapprochés de la réalité; inversement, tout phénomène réel peut être facilement rangé (avec quelques corrections peu importantes) dans une des classes ci-dessus. A cela vient s'ajouter l'existence de relations bien déterminées, quelquefois extrêmement simples, entre beaucoup de grandeurs mécaniques. Mais ces deux faits ne se confondent pas et même, si le deuxième n'existait pas, la mécanique rationnelle pourrait toujours nous servir à expliquer la réalité beaucoup plus que l'économie mathématique. Et quand même leurs formules d'équilibre seraient également générales et parfaites au point de vue théorique, pratiquement elles présenteront des généralisations de faits d'importance très différente.

Ces remarques un peu vagues seront développées et, nous l'espérons, éclaircies dans la suite de cet ouvrage. Ce qu'il y a à retenir, c'est que l'application des mathématiques à l'économie, sans aucun doute possible, rencontre des limites, assez étroites pour le moment. Quant à l'utilité de ce qui a été fait dans ces limites, nous tâcherons de la dégager dans les chapitres qui suivent.

*
* *

Nous avons eu constamment en vue en écrivant cet ouvrage qu'il était surtout destiné à des personnes n'ayant pas une grande culture mathéma-

Digitized by Google

tique; nous n'avons pas cru possible ni utile d'éviter entièrement l'emploi des symboles : mais nous avons réduit cet emploi au strict minimum, nous avons omis ou renvoyé dans les notes les calculs trop compliqués; nous n'avons pas craint les répétitions et les explications qui pourront paraître inutiles aux mathématiciens; en un mot nous avons partout sacrifié l'élégance de l'exposé mathématique à sa compréhensibilité. Dans ces conditions il semble que la lecture de cet ouvrage ne fera pas de difficulté, même aux personnes ne possédant que les rudiments des mathématiques supérieures.

Digitized by Google

Digitized by Google

CHAPITRE PREMIER

PREMIÈRES TENTATIVES

1. Remarques générales

L'idée d'appliquer les mathématiques à l'économie est très ancienne. Jevons cite comme premier ouvrage de ce genre le livre de Joanne Ceva : *De re numaria quoad fieri potuit geometrice tractata,* publié à Mantoue en 1711. Il ne nous a pas été donné de rencontrer ce vénérable ouvrage; il n'est d'ailleurs pas certain qu'il soit réellement le premier. D'un côté les immenses découvertes faites grâce aux mathématiques dans les sciences physiques, de l'autre le fait que l'économie s'occupe pour une bonne partie (et celle de ces temps plus encore que celle d'aujourd'hui) de grandeurs, généralement exprimées par des chiffres, devaient naturellement conduire aux tentatives pour appliquer le calcul à ce sujet. On peut même s'étonner que ces tentatives ne furent pas plus fréquentes et plus systématiques.

Digitized by Google

Jusqu'à la fin du XVIIIe siècle on ne peut citer que plusieurs ouvrages, et encore faut-il de la bonne volonté pour ranger la plupart d'entre eux dans l'économie mathématique. Au contraire, dès le début du XIXe nous trouvons un certain nombre d'économistes qui emploient sciemment dans leurs livres des formules mathématiques et attachent une importance à ce procédé.

Ce sont d'abord le Français N.-F. Canard (1801), puis les Anglais Thompson, Whewell, Tozer, l'Allemand J.-H. de Thünen et d'autres. On ne peut pas parler d'une école mathématico-économique du commencement du XIXe siècle, la plupart de ces auteurs s'ignoraient mutuellement; ils appartenaient à des écoles très diverses au point de vue de leurs opinions économiques : ils présentent cependant certains traits communs. Pour eux tous, les mathématiques n'étaient pas un moyen de présenter les conditions de l'équilibre économique; pour cette tâche le raisonnement ordinaire leur semblait suffisant; les formules ne devaient servir qu'à tirer et préciser les conséquences.

La notion de l'équilibre économique est indispensable à l'économie théorique et elle a, au fond, toujours existé sous telle ou autre forme ; les relations des grandeurs et faits économiques, sujettes à de nombreuses influences, sont soumises à des variations continuelles ; pour en dégager les règles, qui

Digitized by Google

ne sont que des tendances, un seul moyen s'offre à notre investigation : imaginer un état où ces tendances devraient nous amener, si la régularité de leur action n'était pas sans cesse dérangée par le changement des données mêmes du problème (développement de la population, changement des dispositions humaines, découvertes techniques, etc...). Cet état serait justement l'état d'équilibre économique. Pour qu'il puisse se réaliser, étant donné le grand nombre d'influences que subissent les faits économiques, de nombreuses conditions doivent être remplies. Il est impossible de traiter simultanément, par le raisonnement ordinaire, un si grand nombre de relations ; aussi les économistes ont-ils été obligés de simplifier le problème. Ils l'ont fait en n'envisageant qu'un petit nombre, le moins possible, de conditions ; pour les autres, ou bien plus ou moins implicitement ils les supposaient remplies, ou bien ils ne s'apercevaient pas du tout de leur influence. Plusieurs s'en sont aperçus, d'une façon insuffisante d'ailleurs, et, n'ayant pas la méthode nécessaire pour traiter le problème, ils sont tombés dans des contradictions sans nombre. En général, l'influence de la langue et des idées courantes sur la causalité aidant, on a admis que l'équilibre consiste en ce que les objets s'échangent à leur « valeur », et que la valeur avait une « cause » qui en déterminait la grandeur. Et comme dans la majorité des cas il était impossible

Digitized by Google

de soumettre tous les phénomènes économiques à une théorie unique de la valeur, on a été amené à construire des théories spéciales pour les faits connexes (salaire, rente, intérêt, monnaie, etc...), sans parler de la théorie du prix qui était considéré par beaucoup d'auteurs comme une manifestation de la valeur en dehors de l'équilibre définitif, théories qui, chez le même économiste, ne s'accordaient pas toujours bien entre elles.

Ainsi, au lieu de rechercher les conditions de l'équilibre général, on n'envisageait que des cas particuliers et cherchait à préciser les *causes* de la valeur des marchandises, de la valeur de la monnaie, de la rente, de l'intérêt, etc...

Les économistes mathématiciens de la première moitié du XIXe siècle (nous exceptons Cournot et Dupuit, quoiqu'une partie de ce que nous disons pourrait s'appliquer à eux) ont suivi cette manière de procéder. Leurs théories de la valeur, du prix, de la monnaie, etc... sont fortement influencées par les idées de l'époque, si elles ne sont pas directement empruntées à un contemporain qui faisait autorité dans la science. Ils ont ensuite exprimé par des formules les relations quantitatives que contenaient ces théories et tiré, au moyen du calcul, les conséquences de ces formules. Ils se sont tous servi, presque exclusivement, de fonctions déterminées et ont transformé en relations de proportionnalité stricte, mathéma-

Digitized by Google

tique, les relations de proportionnalité plus ou moins vague, indiquées par les économistes non mathématiciens; de cette manière ils ont encore exagéré les erreurs des derniers.

Somme toute, s'étant privés du concours des mathématiques dans les questions où ce concours est le plus précieux, ils les ont employées, d'une manière assez erronée, dans les questions secondaires.

Nous exposerons brièvement plusieurs de ces travaux, en guise d'exemple, leur valeur, même historique, étant assez médiocre (sauf pour Thünen).

2. N.-F. Canard

Nicolas-François Canard a publié, en 1801, un ouvrage sous le titre : *Principes d'économie politique*, qui était un mémoire sur la question (posée cette année par l'Académie des sciences morales et politiques) : « S'il est vrai que dans un pays agricole, tout espèce d'impôt retombe sur les propriétaires fonciers ? » L'ouvrage fut couronné par l'Académie — faute de mieux, dit Blanqui [1]. L'auteur s'est, d'ailleurs, conquis une certaine célébrité pour avoir proclamé que tout ancien impôt est bon, et tout nouveau, mauvais. Blanqui reconnaît à cet ouvrage cer-

[1] *Histoire de l'économie politique*, 1860, t. II, p. 323.

Digitized by Google

tains mérites et estime que son principal défaut fut l'emploi de formules algébriques, ce qui caractérise bien l'aversion des économistes de l'école orthodoxe pour toute application du calcul. Les formules de Canard n'étaient certainement pas faites pour les guérir de cette aversion.

Il commence à affirmer que toute valeur est créée par le travail, mais il ne développe pas logiquement cette théorie. A la suite de l'évolution économique, des conditions accidentelles font varier les valeurs, « car la valeur (ce qui dans ce cas signifie sa grandeur) est déterminée par le besoin et la concurrence ». C'est donc dans le mécanisme de l'offre et de la demande que Canard cherche la détermination de la grandeur de la valeur (ou du prix) [1].

Figurons-nous un marché où se rencontrent les acheteurs et les vendeurs d'une marchandise ; l'auteur admet que les premiers viennent avec le désir de payer un certain prix, les deuxièmes avec celui d'en recevoir un autre, supérieur. Le prix auquel s'établira l'équilibre doit être entre les deux. On peut dire vaguement que la somme ajoutée par les acheteurs au prix offert croît avec l'intensité de leurs besoins et leur concurrence et décroît avec l'intensité des besoins et la concurrence des vendeurs. Une telle

---

[1] *Principes*, chap. III.

Digitized by Google

manière d'envisager les choses (qui correspond assez bien au marchandage, tel qu'il se produit sur les petits marchés ou dans les boutiques secondaires) ne nous renseigne pas beaucoup sur les relations des faits économiques; elle est inexacte au point de vue méthodologique, mais on ne peut pas l'appeler fausse, tant qu'elle reste dans le vague. Canard a eu la malheureuse idée de lui donner une forme rigoureuse, sans d'ailleurs preciser les notions qui y entrent.

En appelant : x la somme ajoutée au prix offert ;

L la différence entre les prix demandés et offerts ;

B les besoins des acheteurs ;

b ceux des vendeurs;

N,n, la concurrence des acheteurs et celle des vendeurs, il résume sa théorie dans la formule suivante:

$$x = \frac{B.N}{B.N + bn} \cdot L$$

Cette formule ne saurait même pas être critiquée, pas plus que les autres qui en sont plus ou moins directement déduites. C'est ainsi qu'après avoir remarqué que le prix d'un objet ne peut tomber au-dessous du salaire minimum nécessaire à entretenir les ouvriers qui produisent cet objet, Canard suppose que cette somme minima représente justement le prix que les acheteurs voudraient payer et il donne

Digitized by Google

comme formule générale du prix (dans le cas où le vendeur est le premier producteur) :

$$s + \frac{B.N}{B.N + bn} \cdot L$$

Il en résulterait, entre autres, que, si les besoins des acheteurs, pour un certain objet, étaient absolument nuls, ils n'en seraient pas moins disposés à le payer un certain prix.

Nous nous bornerons ici aux remarques suivantes qui confirment ce que nous avons dit plus haut :

1° Canard n'essaie pas de développer les conditions de l'équilibre dans un système d'équations qui doivent être simultanément satisfaites, mais cherche à enfermer tout ce qu'il sait dans une formule. Il suit en cela l'exemple des économistes non mathématiciens, parce que lui-même emploie, pour trouver cette formule, le raisonnement non mathématique, et encore d'une manière erronée. De là résulterait déjà nécessairement un mélange de points de vue et l'insuffisance des formules, même si elles n'étaient pas radicalement fausses ;

2° Il fait entrer dans ses formules et traite comme des grandeurs des notions plus ou moins vagues du langage courant : besoin et concurrence, force et capacité des acheteurs et des vendeurs, sans les préciser ni même définir, sans justifier la possibilité de les traiter comme grandeurs, sans faire attention,

Digitized by Google

même, si elles n'empiètent pas les unes sur les autres;

3° Il transforme en relations de proportionnalité stricte, mathématique, les relations auxquelles on donne vaguement dans le langage courant le nom de proportionnalité, et qui ne sont que des relations de dépendance fonctionnelle.

On peut s'accorder, à un certain point de vue, avec le jugement que Blanqui a porté sur le livre de Canard : les formules sont, en général, ce qu'il y a de plus mauvais dans l'ouvrage qui contient, d'autre part, des remarques judicieuses et intéressantes, malheureusement non développées par l'auteur.

Il ne semble pas que ce livre, qui a cependant eu quelques succès au début, ait exercé aucune influence ; Cournot l'a connu, mais il en parle avec un mépris peu dissimulé, et il n'est pas probable que ce soit l'ouvrage de Canard qui l'ait amené à entreprendre ses admirables « Recherches mathématiques ».

***

On pourrait rapprocher de Canard un auteur postérieur, Camille Esminard du Mazet [1]. Il a employé, avec à peu près le même succès, des formules algébriques pour exposer ses théories économiques d'une valeur plus que douteuse. Il est d'ailleurs moins

---

[1] *Nouveaux principes d'économie politique*, Paris, 1849.

Digitized by Google

excusable que Canard, ayant écrit à un moment où les progrès de l'économie, et même de l'économie mathématique (les premiers ouvrages de Cournot et de Dupuit avaient déjà paru), permettaient d'attendre quelque chose de mieux.

3. W. Whewell

En Angleterre, plusieurs économistes se rattachant plus ou moins intimement à l'école de Ricardo ont cherché à mettre en formules certains théorèmes de l'économie classique, afin d'en tirer plus facilement les conséquences. Nous nommerons ici Thompson, connu comme l'un des représentants de la théorie quantitative de la monnaie, et W. Whewell, qui a donné à ses investigations mathématico-économiques plus d'ampleur que la plupart de ses contemporains.

Nous ne pouvons pas analyser ici toutes les questions qu'a essayé de traiter Whewell dans ses trois mémoires [1]. Il a étudié l'incidence des impôts, le commerce international, les relations entre l'offre,

---

[1] *Mathematical exposition of some doctrines of political Economy*, Cambridge, 1829; *Second memory*, Cambridge, 1850 ; *Mathematical exposition of some leading doctrines of Mr. Ricardo's Principles*, Cambridge, 1831.

Digitized by Google

la demande et le prix, la distribution du produit, etc... Nous donnerons seulement deux ou trois exemples de ces recherches, et nous tâcherons ensuite d'en préciser les caractères généraux.

Ainsi, dans son premier mémoire il cherche entre autres à préciser les conséquences d'un impôt foncier. Après avoir exposé la théorie de la rente d'une façon assez semblable à celle de Ricardo, il raisonne, en substance, de la façon suivante :

Soient a_1, a_2, a_3,... les quantités des terrains de différente qualité, c_1, c_2, c_3,... les quantités (exprimées en argent) de capital, employé sur un acre de chaque qualité; (c est la somme moyenne de capital par acre) ; r_1, r_2, r_3,... (en moyenne r) le produit de l'acre; l'auteur admet, pour simplifier, qu'il n'y a qu'un seul produit agricole; soit ensuite p le prix de ce produit, et q le taux du revenu du capital (profits d'exploitation compris ; Whewell ne mentionne pas les salaires des ouvriers ; probablement il les faisait rentrer dans les profits de l'exploitation). Ce taux est supposé ne pas varier malgré les changements survenus dans les autres éléments. Posons : $a_1 + a_2 + a_3 + ... + ... = a$. Alors la valeur du produit nous est donnée par l'expression arp; les profits d'exploitation par acq; la rente par $arp - acq$.

Supposons maintenant qu'un impôt a été établi ; il est de t_1 par acre, pour les meilleurs terrains ; t_2 pour ceux de la deuxième catégorie, etc..., en

Digitized by Google

moyenne t shillings par acre. S'il existe un terrain limite [1] (soil of limiting quality) qui ne donne pas de rente, l'introduction de l'impôt fera tomber son produit en argent au-dessous du profit moyen du capital, l'exploitant est donc obligé d'en abandonner la culture. Soit a_n le nombre d'acres dont la culture est abandonnée, u la fraction qui indique la diminution du produit (de sorte qu'on ait :

$$ar - a_n r_n = ar(1 - u)$$

v la fraction qui indique de la même manière la diminution du capital, enfin p' le nouveau prix: alors nous aurons après l'introduction de l'impôt :

La valeur du produit $= ar\ (1 - u)\ p'$;

La valeur des profits $= ac\ (1 - v)\ q$;

La rente $= ar\,(1 - u)\,p' - (a - a_n)\,t - ac\,(1 - v)\,q$;

L'impôt $= (a - a_n)\,t$.

Ces formules peuvent nous servir à tirer quelques conclusions sur l'incidence de cet impôt.

Ainsi, par exemple, en faisant la double supposition que la demande ne diminue pas malgré une augmentation du prix, et que l'impôt consiste dans un prélèvement d'une fraction uniforme du produit, nous pouvons démontrer que tout l'impôt est supporté par les consommateurs.

---

[1] C'est pour plus de simplicité qu'on ne fait pas intervenir la considération de portions du capital, mais le raisonnement resterait en somme le même.

Digitized by Google

Si nous supposons qu'il n'y a pas de terrain-limite, le prix reste sans changement ; par suite l'impôt retombe tout entier sur la rente.

Pour obtenir quelque chose de plus précis sur les conséquences de l'impôt dans le cas normal, c'est-à-dire où cet impôt provoque une diminution de la culture, Whewell cherche à rattacher à cette diminution l'augmentation du prix. Il pose $p' = (1 + \omega)\, p$ et dit très correctement que ω doit être considéré comme fonction de u. Il aurait pu aller encore plus loin et faire certaines suppositions sur le caractère de cette fonction, en la laissant cependant indéterminée; mais ce procédé semblait probablement à l'auteur promettre trop peu de précision; aussi adopte-t-il pour la dépendance fonctionnelle la forme déterminée et simple : $\omega = eu$; autrement dit, il pose que l'augmentation du prix est proportionnelle à la diminution de la quantité vendue, ce qu'il croit exact pour des petites variations [1].

En partant de cette supposition l'auteur se livre à de nombreux et compliqués calculs [2] qui donnent les relations entre un impôt de telle ou autre forme

---

[1] La même admission avait déjà été faite plus haut, quand en formulant son 4e axiome l'auteur écrivait : *The increase of price is proportional to the deficiency of the supply* (p. 11).

[2] *Mathematical exposition*, p. 21 et suivantes.

Digitized by Google

et les variations du prix, de la rente, de la quantité produite, etc...

***

Nous arrêterons là l'examen des recherches mathématiques de Whewell pour faire plusieurs remarques générales. Tout d'abord, notons que l'auteur emprunte ses principes à Ricardo ou Mill, c'est-à-dire à des économistes qui ne faisaient pas usage des mathématiques; ils étaient donc obligés, ainsi que nous l'avons déjà dit, de réduire dans la mesure du possible le nombre de relations qu'ils avaient à envisager. Ces réductions, ces simplifications se retrouvent toutes chez Whewell. Son raisonnement a toujours pour centre *une seule* formule, qui n'est d'ailleurs que la transposition mathématique d'un théorème énoncé depuis longtemps dans le langage ordinaire. Il cherche à préciser ensuite quelles sont les relations particulières qui peuvent lier les grandeurs rentrant dans cette formule; dans ce but il fait varier arbitrairement certaines d'entre elles en supposant les autres constantes; ce procédé est incorrect, mais lui aussi a été emprunté aux économistes non-mathématiciens, pour lesquels il était le seul moyen de découvrir des relations entre lesdites grandeurs.

Dans des recherches entreprises d'après une telle méthode, l'emploi des mathématiques est sans uti-

Digitized by Google

lité; la seule chose qu'elles pourraient faire, serait de servir, s'il y a lieu, à des calculs numériques (algébriques ou arithmétiques, peu importe), mais de tels calculs ne sont possibles qu'autant que toutes les fonctions que contient la formule nous sont connues. Or, en général on y trouve des fonctions indéterminées. Whewell et ceux qui ont suivi sa méthode ont tranché la difficulté au lieu de la résoudre : ils ont attribué aux fonctions des caractères déterminés et commodes pour le calcul (il est probable d'ailleurs qu'ils les croyaient approximativement exactes); ils ont admis, notamment, dans la plupart des cas l'existence d'une proportionnalité directe, là où il n'y avait qu'une dépendance de fonction croissante. C'était une grave erreur, les relations réelles s'éloignent tellement de la proportionnalité stricte que celle-là ne saurait être envisagée comme approximation, même grossière; elle n'est pas non plus une limite vers laquelle tendent les faits réels, ni un cas moyen; c'est un cas particulier et ayant peu de chance de se réaliser.

Les résultats des calculs entrepris sur cette base nous amènent à des conclusions n'ayant en général aucune valeur pour l'économie politique; exceptionnellement certaines d'entre elles pourraient être exactes, celles notamment qui sont indépendantes de l'hypothèse d'une proportionnalité stricte; mais d'une part, on peut presque toujours les obtenir par

Digitized by Google

le raisonnement ordinaire, d'autre part, et surtout, nous n'avons aucun moyen de les distinguer des autres. Ainsi, le procédé qui consiste à substituer la proportionnalité stricte à une dépendance indéterminée nous apparaît comme une simplification inexacte et dangereuse qui doit être abandonnée.

La tentative de Whewell était, comme nous le voyons, dès le début vouée à un échec complet. Le rôle des mathématiques dans l'économie n'est pas d'effectuer des calculs numériques, ni même de chercher la forme déterminée d'une relation particulière entre les grandeurs économiques; les premiers sont impossibles, la deuxième (en admettant même qu'elle puisse être connue à un moment quelconque) varie constamment. Les recherches de ce genre sont donc impossibles ou inutiles. Ce qu'il faut demander aux mathématiques, c'est le moyen d'envisager l'ensemble des relations qui nous intéressent. Elles nous permettent de nous affranchir des simplifications artificielles, de tous ces *cœteris paribus* qui nous empêchent de voir l'interdépendance des phénomènes ; elles nous donnent le moyen d'étudier les propriétés générales des fonctions et leurs conséquences, tout en considérant ces fonctions sous une forme indéterminée, c'est-à-dire telles que nous les fait connaître l'expérience. Mais il est évident que nous ne pouvons pas attendre tous ces services, si nous nous contentons de développer avec l'aide des

Digitized by Google

mathématiques des propositions obtenues par le raisonnement ordinaire. Les recherches de ce genre ne donnent rien à la science — elles ne sont qu'un jeu, aussi légitime, certes, que le « bridge » où les échecs, mais pas beaucoup plus utile.

4. J.-H. de Thünen

Les ouvrages de l'auteur allemand, J.-H. de Thünen, peuvent certainement être classés parmi les meilleures œuvres économiques. Mais au point de vue de l'application du calcul, Thünen n'a malheureusement réalisé que fort peu de progrès; de même que les auteurs précédemment analysés, il s'attache à simplifier par force le sujet, afin de présenter les relations des grandeurs économiques par des formules élémentaires, permettant de donner, le cas échéant, des résultats numériques. Nous venons d'expliquer que cette manière de procéder est tout à fait contraire à l'esprit de l'application de l'analyse à l'économie et ne peut que conduire à des erreurs. De Thünen n'y a pas échappé, surtout dans ses études sur le salaire [1]. Il n'arrive à construire des formules élémentaires, satisfaisantes à première

---

[1] *Le salaire naturel*, traduction française de Wolkoff, Paris, 1857.

Digitized by Google

vue, que grâce à une analyse économique insuffisamment correcte.

Dans son premier ouvrage [1], il s'occupe, ainsi que l'indique le titre, de l'influence qu'exercent certaines conditions économiques sur les systèmes de culture. L'influence de l'éloignement du marché, ou plus exactement des frais de transport qu'elle occasionne y est surtout soigneusement étudiée.

La solution générale et rigoureuse de ce problème ne saurait être obtenue qu'en partant de la théorie générale de l'équilibre économique; l'analyse mathématique y serait indispensable. Une solution approximative, comme celle dont doit se contenter de Thünen, peut être trouvée à la rigueur par le raisonnement ordinaire. Les calculs dont il a étayé ses conclusions ne sont pas inutiles; ils permettent de fixer les idées, servent de point de repère au raisonnement; ils ont certainement guidé l'auteur dans ses recherches et en facilitent au lecteur la compréhension; malgré tout cela on ne peut pas les considérer comme de l'application des mathématiques proprement dite. Thünen, en effet, y a fait entrer des valeurs particulières de certaines gran-

---

[1] *Recherches sur l'influence que les prix des grains, la richesse du sol et les impôts exercent sur les systèmes de culture;* traduction française par Laverrière, Paris, 1851. La première édition allemande a paru en 1828.

Digitized by Google

deurs (telles que le prix du blé sur le marché central, les éléments du coût de transport et de production, etc...), au lieu de les laisser sous la forme générale et indéterminée. Les chiffres n'étaient pas arbitraires; ils correspondaient aux conditions existantes au Mecklembourg au moment où il écrivait son livre; les résultats des calculs ont donc la valeur d'une généralisation inductive; le rôle que jouent les formules n'est pas de découvrir une loi, mais de caractériser un cas particulier. Cette méthode recèle un danger : l'emploi des calculs donne facilement l'illusion d'une portée plus générale que n'a en réalité la proposition étudiée. Ainsi, par exemple : Thünen conclut qu'une zone de culture extensive de céréales existe toujours, tandis qu'il nous est en réalité permis d'affirmer seulement qu'elle peut exister.

Les formules contenant des valeurs particulières peuvent cependant *mettre en lumière* une proposition d'ordre général, grâce à la facilité avec laquelle on peut caractériser par elles des cas concrets de relations quantitatives compliquées. Mais ce ne sont que des exemples, non des démonstrations.

Les considérations précédentes sont très élémentaires; nous les avons citées cependant, car certains critiques s'étaient imaginé que c'est justement des calculs, comme ceux dont nous venons de parler, qui

Digitized by Google

constituent l'économie mathématique. Ils avaient beau jeu de la critiquer dans ces conditions.

Le deuxième ouvrage de Thünen [1], *Le salaire naturel,* contient, entre autres, deux ou trois tentatives, d'ailleurs peu heureuses, de véritable application mathématique. Nous en citerons une en guise d'exemple : le raisonnement par lequel de Thünen obtient sa formule bien connue du « salaire naturel ».

Le problème que cherche à résoudre l'auteur est le suivant : trouver une règle qui déterminerait le salaire des ouvriers, en dehors de l'offre et de la demande du travail, telles que nous les voyons dans nos conditions économiques.

Il commence à supposer qu'un groupe d'ouvriers, n'ayant aucun capital, fonde une exploitation agricole dans un pays encore vierge (« aux confins de l'Etat isolé »), mais pourvu des richesses naturelles nécessaires à la production. Une partie des ouvriers s'occupe à élever les constructions, confectionner les outils, etc., tandis que l'autre travaille à produire les subsistances, nécessaires à toute la collectivité. Notons tout de suite que cette hypothèse ne pourrait se réaliser que dans un pays exceptionnellement riche; dans tous les autres cas, le travail d'un homme sans *aucun capital* lui permettrait à peine de vivre. L'au-

---

[1] La première édition allemande a paru en 1850.

Digitized by Google

teur n'y prend garde. Au contraire même, il suppose implicitement que les ouvriers en question peuvent, dans certaines limites au moins, fixer la productivité de leur journée de travail. Le produit de cette journée est appelé par l'auteur $(a + y)$, où a est la somme de subsistances (évaluée dans une unité commune), nécessaires à la vie de l'ouvrier, et y le surplus, dont la grandeur reste pour le moment à déterminer. Ce surplus sert à l'entretien des ouvriers producteurs du capital. Le capital nécessaire (sa quantité est donc considérée comme déterminée uniquement par des conditions techniques) une fois produit (supposons que sa production a exigé $n.\ q$ années de travail), les ouvriers qui ont fondé l'exploitation deviennent des capitalistes et peuvent embaucher des salariés. Ils seront obligés de payer à chacun de ceux-ci un salaire $(a + y)$, égal au produit du travail d'un ouvrier libre, travaillant sans capital. Cette assimilation du salaire au produit de l'ouvrier libre est absolument essentielle au raisonnement de Thünen : c'est grâce à elle qu'il trouve ensuite qu'il existe un taux du salaire optimum. Et pourtant elle n'a aucun fondement; pour quelle raison, notamment, le salaire ne serait-il pas supérieur à ce produit, du moment que nous faisons abstraction de l'influence de l'offre et de la demande ?

Soit n le nombre des salariés, p le produit du travail de chacun d'eux: dans ces conditions la rente

Digitized by Google

du capital qui restera aux propriétaires de l'entreprise est de :

$$n.\ p - n\ (a + y)$$

Supposons que les travaux d'installation ont duré un an. Comme la valeur du capital représente nq années de travail, un calcul facile nous donnera le nombre des ouvriers fondateurs, soit $\frac{y+a}{y} \cdot nq$ [1].

La partie de la rente du capital qui revient à chacun des fondateurs est donc de

$$(1) \qquad \frac{p - (a + y)}{q(a + y)} \cdot y$$

De Thünen suppose que les vœux de tout le monde sont comblés lorsque cette expression devient un maximum; il croit même que ceci s'applique également aux salariés (qui placent l'excédent du salaire sur les besoins, soit y). Il n'est pas nécessaire d'insister sur ce que cette supposition a d'inexact; l'exemple nous montre sur le vif jusqu'à quel point l'auteur a dû faire abstraction des conditions de la vie réelle.

---

[1] Si la durée des travaux était de h années, ce nombre serait de $\frac{y+a}{y} \cdot \frac{nq}{h} = \frac{y+a}{y} \cdot nq'$, où $q' = q : h$; cette substitution n'influencerait nullement le résultat, le facteur q s'éliminant plus tard.

Digitized by Google

Il s'agit pour Thünen de déterminer y par la condition que l'expression (1) devienne maximum.

En annulant sa dérivée par rapport à y nous obtenons :

$$\frac{(p-a-2y).q.(a+y)-q.y.(p-a-y)}{q^2(a+y)^2}=0$$

$$pqa+pqy-a^2q-aqy-2qya-2qy^2-pqy$$
$$+aqy+qy^2=0$$

$$y^2+2ay+a^2-pa=0$$

$$y=-a\pm\sqrt{pa}$$

ou bien (en remarquant que la racine négative n'a pas de sens)

$$(2) \qquad y+a=\sqrt{pa}$$

« Ce salaire qui n'est pas le résultat du rapport entre l'offre et la demande et qui n'est pas réglé par le besoin des ouvriers, mais fixé librement par eux-mêmes, comme leur étant le plus profitable, je le nomme salaire naturel [1]. » L'exposé précédent montre combien de suppositions simplifiantes, non seulement hypothétiques, mais tout simplement contraires à ce que nous savons des actions humaines moyennes, ont été nécessaires à de Thünen pour établir sa formule, qui d'ailleurs, dans la pensée de

[1] *Salaire Naturel*, p. 181.

Digitized by Google

l'auteur même, ne devait avoir qu'une portée tout idéale. Si nous remarquons que de Thünen a été certainement le mieux doué et le plus profond des économistes mathématiciens de la vieille école, nous pourrons nous rendre compte encore une fois, et cette fois *a posteriori,* que la méthode de ces auteurs n'offrait véritablement aucune chance de succès. L'aversion des économistes classiques pour ce genre d'études est très compréhensible; il est regrettable seulement qu'elle se soit étendue aux tentatives mathématiques, entreprises dans un ordre d'idées tout différent.

Digitized by Google

CHAPITRE II

ANTOINE-AUGUSTIN COURNOT

1. Remarques générales

Antoine-Augustin Cournot, connu surtout par ses travaux dans le domaine de la philosophie, a été en même temps le premier économiste mathématicien scientifique [1] Une partie des résultats par lui obtenus conserve encore sa valeur; d'autre part il a exercé, quoique tardivement, une grande influence sur plusieurs économistes éminents.

---

[1] M. Boven, dans un ouvrage paru récemment, *Les applications mathématiques à l'économie,* Lausanne, 1912, considère comme tel Isnard, l'auteur présumé du *Traité des richesses,* ouvrage anonyme paru à Londres et Lausanne en 1781.

A en juger par l'analyse et les extraits que publie M. Boven, c'est un ouvrage vraiment intéressant et bien supérieur aux productions de Canard, Whewell, etc... Il ne nous semble pourtant pas possible de le comparer aux

Digitized by Google

En ce qui concerne sa conception générale de l'économie, Cournot est encore dominé par les idées de son temps. Il n'a pas essayé d'envisager tous les éléments qui exercent une influence dans la vie économique. Il estime que les idées d'utilité, de bien-être, etc... doivent être exclues de l'économie théorique (appelée par lui « théorie des richesses ») [1].

La seule chose que celle-ci doit envisager est la richesse exprimée par la valeur (ou le prix) des biens économiques, car c'est là la seule notion précise, la seule qui se prête à un raisonnement strict. Il reconnaît bien la dépendance mutuelle des phénomènes économiques, mais ne croit pas possible de soumettre une question aussi compliquée à l'analyse mathématique. Ce qu'il croit pouvoir réaliser, grâce à cette dernière, c'est examiner : « comment la loi de la demande pour chaque denrée en particulier, com-

---

Recherches de Cournot (que, soit dit entre parenthèses, M. Boven semble déprécier quelque peu).

D'ailleurs, n'ayant pas pu examiner l'original du *Traité des richesses*, nous devons nous abstenir d'énoncer une opinion définitive sur cette question.

[1] COURNOT, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesse*, Paris, 1838, pp. 9 à 14.

Nous citons cet ouvrage d'après son édition originale, tout en remarquant qu'elle est très rare. Il existe des traductions : anglaise (très bien faite), New-York, 1897, et italienne, Turin, 1878.

Digitized by Google

binée avec les circonstances de la production de cette denrée, en détermine les prix et règle les revenus des producteurs », en supposant invariables les prix des autres denrées et les revenus des autres producteurs [1].

Cette conception est insuffisante, aussi n'y a-t-il rien d'étonnant que certaines conclusions de Cournot soient erronées ; mais, même dans les meilleures parties de l'ouvrage, notamment dans la théorie du monopole, les solutions de l'auteur ne sont jamais définitives. Cournot a fait pour l'étude du monopole ce que la théorie de l'utilité décroissante a fait depuis pour l'étude de la libre concurrence : il a formulé des relations très importantes, et devant nécessairement avoir lieu, mais il ne les a pas rattachées, ainsi qu'il le fallait, à l'ensemble du système économique.

La grande supériorité de Cournot consiste essentiellement dans la manière dont il a appliqué le calcul et notamment dans l'emploi des fonctions indéterminées, qui seules conviennent à la nature du sujet.

Les relations entre les grandeurs économiques ne peuvent, en effet, que très exceptionnellement être présentées sous la forme de rapports simples, de fonctions connues et déterminées [2]. Trop d'influen-

---

[1] *Recherches*, etc..., p. 146.

[2] Cette circonstance, comme nous l'avons déjà indiqué

Digitized by Google

ces diverses et continuellement changeantes agissent sur ces relations pour que cela soit possible. D'autre part, en substituant aux fonctions inconnues et compliquées des approximations, on s'expose à de graves mécomptes, et ce procédé doit être abandonné. Nous devons considérer les fonctions indéterminées, telles qu'elles nous apparaissent en réalité. Mais ces fonctions indéterminées peuvent posséder certaines propriétés générales, pouvant être connues et étudiées ; celles-là nous serviront à déduire des conséquences plus ou moins importantes. C'est dans cette direction que doit être dirigé l'effort de l'économie mathématique.

En adoptant les fonctions indéterminées, Cournot admet implicitement l'influence de ces éléments « impondérables » qu'il rejette en principe en dehors de la théorie. Par cela il corrige en partie son erreur et se rapproche de l'économie moderne. Toutes les fois, au contraire, qu'il cherche à raisonner sur des fonctions déterminées, il se rapproche des auteurs que nous avons étudiés dans le précédent chapitre.

Cette deuxième catégorie comprend chez lui, avant tout, une étude sur les changes étrangers, contenue

---

plus haut et comme Cournot l'explique très bien dans son introduction (*Recherches*, etc..., p. VII et VIII), a souvent amené à la conclusion que les mathématiques ne peuvent pas être appliquées à l'économie.

Digitized by Google

dans le troisième chapitre des *Recherches*. Nous ne nous y arrêterons pas, cette question ne présente qu'un intérêt secondaire pour l'économie pure ; de plus, l'hypothèse que les règlements s'opèrent sans aucun mouvement d'espèces, hypothèse qui est la base du raisonnement de Cournot, ne semble pas être un point de départ convenable pour une théorie rigoureuse et complète des phénomènes du change. Nous ne nous arrêterons pas plus aux réflexions sur le revenu social et ses variations, contenues dans les chapitres XI et XII des *Recherches*. L'application des mathématiques y est en effet fort restreinte; les symboles interviennent presque exclusivement comme moyen de préciser les idées et non comme véritable moyen heuristique. Le raisonnement contient d'ailleurs une erreur, mise à jour par M. V. Pareto [1]. Nous passons donc immédiatement à la « loi du débit » et à la théorie du monopole qui est basée sur cette loi.

2. Loi du débit. Etude du monopole simple

Cournot appelle « loi du débit » la dépendance entre le prix d'une denrée et la quantité vendue de

[1] « Di un errore del Cournot nel trattare l'economia politica colla matematica », *Giornale degli Economisti*, 1892.

Digitized by Google

cette denrée, quantité à laquelle il donne le nom de « débit ». L'existence d'une dépendance entre ces deux grandeurs est une constatation empirique qui a probablement été connue de tout temps. C'est le fait qui est à la base de la fameuse loi de l'offre et de la demande, si souvent incorrectement énoncée de la manière suivante : le prix varie en raison directe de la demande et en raison inverse de l'offre. Cournot reprend la constatation empirique fondamentale et cherche, après l'avoir correctement formulée, à lui donner une expression mathématique, capable de servir aux déductions postérieures.

Si nous supposons que tous les autres éléments qui influent sur le « débit » d'une marchandise (goûts, besoins, jugements, moyens des acheteurs, etc...) restent invariables, la grandeur de ce débit varie d'une façon déterminée avec les changements du prix de la denrée, elle décroît notamment à mesure que le prix augmente. La loi exacte de cette variation ne nous est jamais connue : elle diffère d'une marchandise à l'autre, d'un marché à l'autre et même, strictement parlant, d'un moment à l'autre (théoriquement d'ailleurs nous pouvons imaginer des périodes d'une certaine durée pendant lesquelles cette loi ne varie pas ; pratiquement on peut considérer les grandeurs moyennes pendant une période naturelle, par exemple l'année) ; mais elle conserve toujours sa propriété fondamentale, qui est la

Digitized by Google

diminution du débit avec l'augmentation du prix [1].

Nous pouvons exprimer ceci mathématiquement, en disant que le débit est une fonction décroissante du prix. Cournot admet que cette fonction est continue : ceci peut paraître étrange au premier abord : ni les prix, ni les quantités vendues ne sont susceptibles de varier de fractions infinitésimales ; cependant, si nous envisageons la totalité des transactions (pour la même denrée) sur un marché assez vaste, nous nous persuaderons facilement que les variations des quantités et des prix sont extrêmement petites par rapport aux grandeurs totales; nous pouvons donc substituer à la fonction réelle, une autre, infiniment rapprochée, et qui, elle, serait continue. Les résultats des opérations effectuées sur cette dernière ne contiendront donc pas d'erreurs appréciables.

En faisant usage des symboles, nous exprimerons la dépendance entre le prix et le débit, très simplement de la façon suivante :

soit p le prix,

D la quantité vendue dans une période pendant laquelle la loi du débit ne varie pas;

---

[1] Si l'on considère la société entière, cette proposition ne semble pas admettre d'exceptions (comparez plus bas, chap. IV, sect. 6).

Digitized by Google

$$\text{alors } D = F(p) ; \frac{dD}{dp} < 0 \text{ [1]}.$$

L'application la plus importante de ces formules est la théorie du monopole, de Cournot [2].

Nous considérons un monopoleur, c'est-à-dire l'unique vendeur d'une denrée qu'il possède ou produit lui-même. Il peut en fixer le prix suivant ses convenances; nous supposons qu'il recherche le plus grand profit net en argent et que c'est d'après cette considération qu'est déterminé le prix.

Deux cas peuvent se présenter :

1° La denrée ne coûte rien à produire (par exemple une eau minérale dont il n'existe qu'une source); le monopoleur cherche dans ce cas à maximaliser le produit.

[1] Ainsi que nous l'avons déjà remarqué et que nous l'expliquerons encore dans la suite, le « débit » d'une marchandise est fonction non seulement de son prix, mais aussi des quantités achetées et des prix des autres produits. Ces derniers ne peuvent pas être considérés constants, au moins en théorie, quand varient les grandeurs correspondantes relatives à la première marchandise. Nous devrions donc écrire :

$$D_a = F(p_a, p_b, \ldots D_b, D_c)$$

Mais l'influence de ces éléments est très faible en comparaison de celle qu'exerce le prix du produit considéré; aussi les résultats obtenus en considérant simplement $D = F(p)$, quoique incomplets, restent cependant exacts.

[2] *Recherches*, ch. v.

Digitized by Google

produit $p.D = p.F(p)$. Ce produit étant une fonction de p, nous obtenons la condition de son maximum en annulant sa première dérivée par rapport à p.

Nous avons donc

$$(1) \qquad F(p) + p.F'(p) = 0$$

où $F'(p)$ désigne la première dérivée de $F(p)$ par rapport à p.

L'équation (1) nous donne la valeur de p, à laquelle s'arrête théoriquement le monopoleur. En pratique (et s'il est laissé absolument libre d'agir) il tâchera de s'y approcher par tâtonnements. Beaucoup de circonstances l'empêcheront de le faire dans la vie réelle : l'économie descriptive doit les étudier soigneusement, mais pour la théorie pure les tendances seules importent, et la formule (1) présente pour elle la condition de l'équilibre dans le cas envisagé [1]. Les formules (1) et (2) s'appliquent également au

---

[1] Nous ne connaissons pas la forme de $F(p)$, nous ne pouvons donc pas dire si le produit de $F(p)$ passe par un seul, ou par plusieurs maxima ; dans le dernier cas, il y aura entre eux des minima auxquels s'applique aussi bien l'équation (1). Pour être sûr qu'il s'agit bien d'un maximum, il faut savoir encore que la deuxième dérivée de $p.F(p)$ par rapport à p est négative; il faut donc que nous ayons encore

$$(2) \qquad 2F'(p) + p.F''(p) < 0$$

Digitized by Google

cas où l'entreprise monopoliste supporte exclusivement des frais constants, absolument indépendants de la quantité produite et vendue. Ces frais n'influent d'aucune façon sur la fixation du prix; il en est de même par conséquent de tous changements dans ces frais constants.

2° La denrée coûte certains frais à produire ; dans ce cas le monopoleur cherche à maximaliser, non plus le produit de la vente, mais la différence entre ce produit et la somme des frais ; la somme des frais augmente généralement avec la quantité produite; on peut donc la représenter comme une fonction du débit (en supposant que toute la quantité produite se vende). Nous désignerons cette somme par le symbole f (D) [1]; la quantité à maximaliser est alors représentée par $p\mathrm{D} - f(\mathrm{D})$; la condition de son maximum est donnée (suivant la règle de dérivation des fonctions de fonctions) par la formule

---

[1] Les remarques de la note [1], p. 58, s'appliquent également à ce cas ; l'influence des prix des autres produits y est même plus prononcée. Comme Cournot n'a rien supposé en ce qui concerne la forme de la fonction f (D), nous pouvons admettre que ces influences secondaires ne changent rien à la valeur des résultats, mais nous n'en avons pas la certitude absolue. C'est là le principal reproche qu'on peut adresser à toutes les solutions qui n'envisagent pas l'ensemble du phénomène. Le danger devient plus grave, si l'on cherche à préciser les caractères des fonctions. (Comparez chap. VII, 2.)

Digitized by Google

$$D + \frac{dD}{dp}\left(p - \frac{df(D)}{dD}\right) = 0$$

ou, en appelant ψ (p) l'expression $\frac{df(D)}{dD}$, (ce que nous pouvons faire, car toutes les grandeurs qui y entrent sont en définitive fonctions de p).

$$(3) \qquad F(p) + F'(p)\,[p - \psi(p)]$$

Nous attirerons l'attention du lecteur sur le rapport $\frac{df(D)}{dD}$ qui représente le prix de revient (d'une unité) de la marchandise en numéraire quand la production a atteint la grandeur D, de même qu'en mécanique le rapport $\frac{ds}{dt}$ désigne la vitesse d'un mobile au moment t. Il ne faut pas confondre la relation $\frac{df(D)}{dD}$ avec le coût moyen d'une unité qui s'exprime par $\frac{f(D)}{D}$; les frais constants de l'entreprise influent sur ce dernier rapport, mais non sur le premier; au contraire, toute variation des frais croissant avec la quantité produite change la valeur de $\frac{df(D)}{dD} = \psi(p)$. Si un changement de ce genre a lieu, nous devons remplacer dans nos formules $\psi(p)$ par $\psi(p) + u$; u est positif s'il y a augmentation, négatif s'il y a diminution du prix de revient.

Les formules et les notions que nous venons d'exposer permettent à Cournot de résoudre le problème

Digitized by Google

suivant: Quelle sera l'action d'un changement dans le prix de revient sur le prix de vente d'une denrée monopolisée ?

Soient $\psi(p) + u, p + \delta$, le nouveau coût de production et le nouveau prix, on peut prouver mathématiquement que les grandeurs u et δ sont du même signe. Les variations du prix de revient d'une entreprise monopoliste et du prix de vente de sa denrée ont toujours lieu dans la même direction [1]. Sui-

---

[1] La démonstration mathématique est donnée par Cournot d'une façon très succincte ; nous la présenterons en la développant, pour donner un exemple des raisonnements de ce genre.

Supposons d'abord que u soit très petit, il en sera de même de δ. Remplaçons dans la formule (3) $\psi(p)$ par $\psi(p) + u$ et p par $(p + \delta)$, nous obtenons :

$$\text{(a)} \quad F(p+\delta) + F'(p+\delta)\,[p + \delta - \psi(p+\delta) - u]$$

Développons les expressions

$$F(p+\delta),\ F'(p+\delta),\ \psi(p+\delta)$$

suivant la Formule Taylor :

$$\begin{aligned} F(p+\delta) &= F(p) + F'(p).\delta + F''(p).\frac{\delta^2}{2} + \ldots\ldots \\ \text{(b)}\quad F'(p+\delta) &= F'(p) + F''(p).\delta + \ldots\ldots\ldots \\ \psi(p+\delta) &= \psi(p) + \psi'(p).\delta + \ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Les quantités δ et u étant très petites, nous pouvons négliger les membres contenant δ^2 ou $\delta.u$; en substituant dans la formule (a) les valeurs de $F(p+\delta)$, etc., tirées de (b), nous pourrons écrire :

$$F(p) + F'(p.).\delta + [F'(p) + F''(p).\delta].[p + \delta - \psi(p) - \\ - \psi'(p).\delta - u] = 0$$

et en supprimant les membres qui composent le côté gauche

Digitized by Google

vant les cas, l'augmentation du prix est plus ou moins grande que u.

Dans le chapitre VI des *Recherches* nous trouvons une étude sur l'incidence des impôts auxquels peut être soumise une entreprise monopoliste. Elle contient certaines propositions intéressantes sur les mouvements des prix et des bénéfices du monopoleur à la suite des nouveaux impôts. Malheureusement, dans d'autres parties, cette étude est viciée par une conception trop étroite et incorrecte des pertes subies par les consommateurs.

---

de (3), car leur somme = O, ainsi que ceux qui contiennent δ^2 ou $\delta.u$,

$$F'(p).\delta + F'(p)[\delta - \psi'(p).\delta - u] + F''(p).\delta[p - \psi(p)] = O$$

$$\delta\{F'(p)[2 - \psi'(p)] + F''(p).[p - \psi(p)]\} - F'(p).u = O$$

c'est l'équation (4) de Cournot. Le coefficient de δ doit être négatif, car il représente la deuxième dérivée de $(p.D - f[D])$ par rapport à p ; elle doit être négative si l'équation (3) caractérise un maximum. $F'(p)$, coefficient de u, est négative par définition ; par conséquent u et δ sont du même signe. Cette démonstration faite pour le cas de u et δ très petits peut être facilement étendue au cas général, en remarquant qu'on peut toujours se figurer les quantités u et δ de grandeurs quelconques divisées en très petites parties $u_1, u_2 \ldots, \delta_1, \delta_2 \ldots$, de manière que δ_1 corresponde à u_1, δ_2 à u_2.. ...., etc. Les sommes $u = u_1 + u_2 + \ldots$ et $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \ldots$ seront évidemment du même signe.

Digitized by Google

3. Monopole des marchandises complémentaires Appréciation de l'œuvre de Cournot

Des considérations analogues à celles de la section précédente peuvent être appliquées au cas suivant : supposons que deux denrées dont le seul usage est de servir ensemble à confectionner une troisième soient possédées par deux monopoleurs, entre lesquels il n'existe aucune entente. Comment, dans ces conditions, se détermineront les prix ?

Nous supposons d'abord que les denrées composantes sont produites sans frais et qu'il en est de même de la denrée composée; appelons m_1 et m_2 les proportions (fixes) dans lesquelles elles entrent dans la confection de cette dernière; p_1 et p_2 leurs prix et p le prix du produit définitif.

Alors

$$p = m_1 p_1 + m_2 p_2$$
$$D = f(m_1 p_1 + m_2 p_2)$$

Les débits de deux matières

$$D_1 = m_1 f(m_1 p_1 + m_2 p_2)$$
$$D_2 = m_2 f(m_1 p_1 + m_2 p_2)$$

Chacun des deux monopoleurs tâche de maximaliser son produit en argent. Pour le premier, p_2, pour le deuxième, p_1, se présentent comme les données du problème, indépendantes de leurs volontés. A chaque grandeur de p_2 correspond pour le premier une gran-

Digitized by Google

deur de p_1, qui rend son produit maximum. De même, à chaque grandeur de p_1 correspond pour le deuxième une grandeur optima de p_2. En général, chaque changement de p_1 sera suivi d'un changement de p_2, et inversement. L'équilibre ne peut s'établir que quand les deux monopoleurs seront satisfaits simultanément, ce qui aura lieu quand seront satisfaites simultanément les équations [1].

$$(4) \quad \begin{aligned} f(m_1p_1 + m_2p_2) + m_1p_1f'(m_1p_1 + m_2p_2) &= 0 \\ f(m_1p_1 + m_2p_2) + m_2p_2f'(m_1p_1 + m_2p_2) &= 0 \end{aligned}$$

Un changement de p_1 étant alors désavantageux au premier et un changement de p_2 au deuxième, ils se garderont d'y procéder, et l'équilibre sera atteint; on peut démontrer qu'il sera stable.

En additionnant les équations (4), remplaçant par p l'expression $(m_1p_1 + m_2p_2)$ et divisant par 2, nous obtenons pour le prix de la denrée composée :

$$(5) \qquad f(p) + \frac{1}{2}pf'(p) = 0$$

en comparant cette équation avec la formule (1) que nous écrirons ici

$$f(p_0) + p_0f'(p_0) = 0$$

---

[1] On obtient la première en annulant $\frac{dD_1.p_1}{d\,p_1}$ et divisant par m_1 ; la seconde en annulant $\frac{d\,D_2.p_2}{d\,p_2}$ et divisant par m_2.

Digitized by Google

nous constatons que le membre négatif (contenant $f(p)$) est dans la formule (5) d'une valeur absolue moins grande que la formule (1). Le membre positif doit l'être également; d'où ce résultat : dans le cas du monopole composé, le prix de la denrée résultante est toujours plus élevé et le débit plus petit que dans le cas du monopole simple.

Nous aurons des formules et des résultats analogues, si nous supposons que les matières monopolisées sont produites avec des frais. Par contre, pour étendre ces considérations au cas où les matières pourraient servir à de nombreux usages, il nous faudrait des calculs très compliqués.

*
* *

On peut, et certains savants éminents, notamment M. Bertrand [1], ont été de cet avis, prétendre que ces résultats, d'abord très abstraits, puis de peu d'importance et souvent presque évidents, ne valent pas la peine de démonstrations compliquées et difficiles, dont nous avons donné un exemple dans le nota, à la page 62. A ceci on peut répondre deux choses : d'abord, que dans la science il n'y a pas d'efforts trop grands pour obtenir des démonstrations absolument rigoureuses, pour rattacher les unes aux autres les différentes propositions, pour grouper les

[1] *Journal des savants*, 1883, p. 502.

Digitized by Google

conséquences autour des règles générales dont elles résultent; ce n'est que de cette manière qu'on peut construire une science digne de ce nom ; et dans le cas qui nous préoccupe, comme dans beaucoup d'autres, l'analyse mathématique est la seule voie par laquelle nous pouvons y accéder. Correctement employée, elle nous donne toujours des résultats exacts, certains, à condition que les hypothèses faites par elle soient réalisées; mais de cette manière elle nous indique les limites dans lesquelles les propositions sont vraies; ceci est une nouvelle supériorité sur le raisonnement ordinaire, qui nous laisse le plus souvent dans le vague, en ce qui concerne ces limites, point très important et auquel nous aurons encore l'occasion de revenir.

Deuxièmement, on peut dire qu'en économie politique, et surtout quand nous étudions les phénomènes du monopole, notre connaissance pratique ne nous donne jamais des conclusions directement évidéntes. Cournot a envisagé des cas relativement simples; si nous passons aux plus compliqués, les propositions apparemment évidentes peuvent se trouver absolument fausses. Seule une théorie rigoureuse peut nous éclairer sur certaines anomalies apparentes qu'on constate de temps en temps dans la pratique; sans présenter une image fidèle de la réalité vivante, une telle théorie nous donne la clef pour l'expliquer.

Digitized by Google

Pour le moment nous tenons pour acquis que Cournot a obtenu, grâce à l'emploi des mathématiques, des résultats d'une valeur incontestable, et qu'on ne pourrait pas obtenir sans leur concours. Ces résultats sont d'une importance secondaire, soit; on peut également reprocher à Cournot que les hypothèses où il se place sont souvent par trop éloignées de la réalité. Son principal tort fut, ainsi que nous l'avons déjà indiqué, de ne pas envisager l'ensemble du phénomène économique, mais de chercher à résoudre des questions détachées. L'économie mathématique peut faire mieux et aller plus loin. L'œuvre de Cournot n'en a pas moins une très grande importance : il a été le premier à appliquer la branche de l'analyse qui seule pouvait donner des résultats; par sa méthode il a exercé une influence sur Léon Walras; ses études sur le monopole ont été continuées et développées par Alfred Marshall et F.-Y. Edgeworth.

4. L'erreur de Cournot dans le problème des deux monopoleurs

Il nous reste à examiner une erreur curieuse dans laquelle est tombé Cournot en voulant passer de sa théorie du monopole à la théorie de la libre concurrence. La question est assez intéressante au point de

Digitized by Google

vue méthodologique : elle montre entre autres que l'emploi des mathématiques en économie est une opération très délicate et peut quelquefois induire en erreur, tout en donnant une apparence de grande rigueur au raisonnement. Cournot suppose deux individus investis du monopole de la même marchandise, mais agissant sans aucune entente entre eux. Ces deux individus obtiendraient la marchandise sans frais et seraient d'ailleurs dans des conditions identiques en ce qui concerne la vente. A un certain prix p, qui doit être le même pour les deux, le premier aurait un débit D_1, le deuxième un débit D_2; leurs revenus seraient représentés par pD_1 et pD_2, et ce sont ces grandeurs que chacun chercherait à maximaliser *de son côté*.

Après avoir posé ces principes, Cournot raisonne de la façon suivante [1] :

« Au lieu de poser comme précédemment $D = f(p)$, il nous sera plus commode d'employer la notation inverse $p = f(D)$; alors les bénéfices des propriétaires seront exprimés par :

$$D_1 . f(D_1 + D_2) \quad ; \quad D_2 . f(D_1 + D_2)$$

c'est-à-dire par des fractions dans chacune desquelles entrent deux variables D_1 et D_2. La propriétaire (1) ne peut pas influer sur la fixation de D_2;

---

[1] *Recherches*, p. 89.

Digitized by Google

tout ce qu'il peut faire c'est lorsque D_2 est fixé par le propriétaire (2), de choisir pour D_1 la valeur qui lui convient le mieux, ce à quoi il parviendra en modifiant convenablement le prix; sauf au propriétaire (2) qui se verrait forcé d'accepter ce prix et cette valeur de D_1, de fixer une nouvelle valeur de D_2, plus favorable à ses intérêts que la précédente. Analytiquement, cela revient à dire que D_1 sera déterminé en fonction de D_2 par la condition :

$$\frac{d[D_1.f(D_1 + D_2)]}{dD_1} = 0$$

et que D_2 sera déterminé en fonction de D_1 par la condition

$$\frac{d[D_2.f(D_1 + D_2)]}{dD_2} = 0$$

d'où il suit que les valeurs définitives de D_1 et D_2, par conséquent D et p, seront déterminées au moyen du système d'équations :

$$\begin{aligned} f(D_1 + D_2) + D_1.f'(D_1 + D_2) &= 0 \\ f(D_1 + D_2) + D_2 f'(D_1 + D_2) &= 0 \end{aligned} \quad \text{»}$$

En partant de là, Cournot démontre graphiquement que l'équilibre ainsi obtenu est stable, et que le prix p est inférieur à celui que fixerait un monopoleur unique, ce qui, semble-t-il, était le but principal des développements ci-dessus; la même thèse est ensuite étendue au cas où la production exige des frais; à mesure que le nombre de vendeurs de

Digitized by Google

la même denrée augmente, son prix doit diminuer; enfin si nous passons au cas de la libre concurrence [Cournot le définit par la condition que le débit D_n de chaque producteur soit assez petit pour ne pas exercer d'influence appréciable sur la fonction $p = f(D)$] le prix est égal à $\frac{d\varphi(D)}{d\{D\}}$ c'est-à-dire au coût de la production de la dernière unité produite.

Or, le raisonnement qui sert de base à ces déductions, et que nous avons reproduit textuellement d'après l'auteur, est absolument erroné.

A première vue déjà, ce raisonnement ne laisse pas d'être inquiétant; ceci tient à son caractère extrêmement abstrait et la confusion qu'on fait fréquemment entre les points de vue de l'économie pure et de l'économie appliquée.

C'est ainsi qu'on se représente volontiers que, si deux individus sont les seuls détenteurs d'une denrée sans qu'il existe une entente entre eux, ils ne peuvent que se faire une guerre au couteau. Dans ce cas, ce que cherche chacun d'eux au moyen de modifications du prix, ce n'est pas de déterminer pour lui une part, aussi avantageuse que possible, du débit total, mais de s'approprier tout le débit, en vendant moins cher que le concurrent. Mais ce n'est pas là le cas qu'envisage Cournot. Le problème qu'il cherche à résoudre peut être formulé ainsi : existe-t-il un prix tel, qu'un petit changement en plus ou

Digitized by Google

en moins soit désavantageux aux deux individus ? Ce problème est purement théorique, mais il a son intérêt. C'est, semble-t-il, pour ne pas avoir envisagé les choses à ce point de vue que M. Bertrand [1] n'a pas découvert la vraie erreur de Cournot et conclu que la seule solution du problème est que le prix tombe à 0. C'est exact, si l'on se place dans l'hypothèse d'une concurrence acharnée, et encore une telle situation ne saurait durer, mais cela ne résout pas du tout notre question. On peut faire d'autres objections, également plausibles en apparence ; on peut par exemple prétendre qu'un des monopoleurs ne pourrait pas élever le prix sans perdre immédiatement tout le débit; ceci encore peut être exact en pratique, mais ne s'applique pas au problème qui nous occupe.

L'erreur de Cournot a été découverte et l'impossibilité d'un équilibre dans le cas de deux monopoleurs a été démontrée grâce aux travaux de F.-Y. Edgeworth et de V. Pareto.

La source dont découle cette erreur est la supposition que l'individu (1) ne peut agir que sur son débit, D_1 et non sur D_2. Cournot a voulu traiter ce problème de la même facon que celui de deux monopoleurs de denrées complémentaires, que nous avons examiné dans la section précédente. Mais en réalité

---

[1] *Journal des savants*, 1883.

Digitized by Google

ces problèmes n'offrent qu'une analogie tout à fait superficielle. Dans le cas d'objets complémentaires, l'un des producteurs ne peut d'aucune façon agir sur le prix de la denrée de l'autre; partant, tout ce qu'il peut faire est de maximaliser son produit, étant donné le prix de la denrée complémentaire. Dans le cas de deux monopoleurs d'une seule marchandise, chacun d'eux pour agir aussi bien sur son débit que sur celui de son concurrent. Chacun d'eux se pose donc théoriquement un double but :

1° Etant donné un débit D_2 de l'autre, fixer le sien de la manière la plus profitable;

2° Entre tous les débits possibles de l'autre, choisir celui qui est le plus avantageux à lui-même. Analytiquement, le problème se présente de la façon suivante : le produit pD_1 que le vendeur (1) cherche à maximaliser est une fonction de deux variables indépendantes D_1 et D_2; pour trouver les conditions de son maximum il nous faut annuler séparément ses dérivées par rapport à D_1 et D_2; il nous faut procéder de même pour le produit $p.D_2$.

Si nous posons $p = f(D_1, D_2)$, nous obtenons le système suivant [1] :

---

[1] $\frac{\partial \ldots}{\partial \ldots}$ désigne ici, comme dans la suite de cet ouvrage, les dérivées partielles.

Digitized by Google

$$\frac{\partial[D_1.f(D_1, D_2)]}{\partial D_1} = f(\ldots) + \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_1}.D_1 = 0$$

$$\frac{\partial[D_1.f(\ldots)]}{\partial D_2} = \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_2}.D_1 = 0$$

$$\frac{\partial[D_2.f(\ldots)]}{\partial D_1} = \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_1}.D_2 = 0$$

$$\frac{\partial[D_2 f(\ldots)]}{\partial D_2} = f(\ldots) + \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_2} D_2 = 0$$

qui se réduit en définitive à

$$f(\ldots) = 0 \; ; \; \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_1} = 0 \; ; \; \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_2} = 0$$

Dans le cas d'équilibre, ces trois équations, qui ne contiennent que deux inconnues, devraient subsister simultanément, mais ceci est impossible. Il est donc théoriquement impossible que deux vendeurs de la même marchandise agissent simultanément, et chacun de son côté, comme monopoleurs, c'est-à-dire en fixant le prix par la condition d'obtenir le maximum de profit (ou de satisfaction) [1]. Ce cas est exclu, si sur un marché quelconque une marchandise se trouve entre les mains de deux individus. Divers

---

[1] Voir sur ce sujet : PARETO : *Manuel d'économie politique*, pp. 596 à 598 et 599 à 605, et PARETO : « Economie mathématique », dans l'*Encyclopédie des sciences mathématiques*, t. I, vol. 4, p. 606.

Digitized by Google

autres cas peuvent se présenter, que la science doit étudier, mais dans le détail desquels nous n'avons pas à entrer ici. Le problème général de deux possesseurs d'une marchandise reste théoriquement indéterminé; mais il ne faut pas confondre ce problème avec l'hypothèse plus restreinte qu'a envisagée Cournot, et qui, elle, est impossible.

Le raisonnement fondamental de Cournot étant faux, les conséquences qu'il en a tirées, c'est-à-dire sa théorie de la libre concurrence, ne peuvent également être retenues.

Nous nous sommes étendu très longuement sur ce point, car il montre bien, d'un côté, la différence des points de vue de l'économie pure et appliquée, et d'un autre côté, il donne un exemple des dangers que peut présenter l'emploi des mathématiques, non appuyé sur une analyse économique suffisante. Ceci s'applique aussi bien à Cournot qu'à certains de ses critiques, M. Bertrand notamment.

Digitized by Google

CHAPITRE III

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ DÉCROISSANTE

1. Résumé des principes de la théorie

La théorie de l'utilité décroissante a été longtemps considérée, et l'est encore en partie, comme un exemple type d'application mathématique. Ceci est absolument inexact. La plupart de ses représentants ne font que très peu usage du raisonnement symbolique; et surtout, ils ne l'emploient pas là, où ce raisonnement peut être le plus fécond, c'est-à-dire en étudiant les conditions générales de l'équilibre économique, mais recherchent encore la « cause de la valeur ». Aussi les travaux récents de l'économie mathématique ont-ils singulièrement dépassé le point de vue de cette théorie. Mais certaines de ses propositions conservent toujours leur valeur, et son rôle historique dans le développement de l'économie moderne ne saurait être exagéré.

Digitized by Google

Les grands principes de la théorie en question peuvent être résumés très brièvement de la façon suivante :

1° Quand on parle de l'utilité [1] au sens économique du mot, il faut considérer non pas l'importance pour le genre humain d'une espèce de choses, mais l'utilité d'un objet précis de cette espèce, à un moment et pour un individu donnés;

2° Dans ces conditions, l'utilité est mesurée par l'accroissement du bien-être (plaisir, satisfaction) que procure à l'individu l'objet en question;

3° L'utilité des unités consécutives d'une même espèce, ou de parcelles consécutives d'un même objet divisible, ne reste pas la même : elle décroît à mesure que croît la quantité possédée (ou pouvant être possédée);

4° L'utilité d'un objet quelconque d'une espèce est déterminée par celle du dernier, du moins utile

---

[1] Nous n'insisterons pas ici sur la différence entre l'acception de ce mot dans le langage ordinaire et dans l'économie : nous la supposons connue du lecteur ; pour l'économiste, toute chose qui procure de la satisfaction est utile : « la morphine est utile au morphinomane ». C'est pour éviter les inconvénients qui découlent de l'ambiguïté de ce terme que M. V. Pareto a proposé de le remplacer dans son acception économique par celui d'ophélimité ; dans ce chapitre, cependant, nous parlerons d'utilité pour être d'accord avec la terminologie des auteurs étudiés.

Digitized by Google

des objets similaires possédés; c'est ce que Wieser a appelé l'utilité-limite (Grenznutzen) d'un objet. Cette proposition est importante pour les théoriciens qui prétendent se passer de l'aide des mathématiques. Les mathématiciens, au contraire, envisagent non pas l'utilité, mais le degré d'utilité; au lieu de la notion de l'utilité-limite, ils emploient celle du degré final d'utilité (final degree of utility-Jevons).

Cette différence est assez importante dans ses conséquences.

5° La valeur d'échange des produits est déterminée par leur degré final d'utilité (selon les mathématiciens) [1], ou par leur utilité-limite (selon les non-mathématiciens).

2. Question de la mesurabilité des sensations du plaisir et de la peine

Cournot excluait de l'économie politique les notions d'utilité, de plaisir, etc... comme non susceptibles de mesure exacte. La théorie de l'utilité décroissante, en faisant reposer la valeur, fait quantitatif, sur l'utilité, et celle-là sur le plaisir, affirme implicitement le caractère quantitatif de ce dernier.

---

[1] Walras emploie d'autres termes (voir plus loin sect. 7), mais ce n'est qu'une différence de mots.

Digitized by Google

La légitimité de ce procédé doit être étudiée de plus près.

Personne ne saurait contester que nos sentiments possèdent un certain caractère quantitatif. Dans certains cas nous pouvons très facilement dire qu'un plaisir est plus grand qu'un autre ; dans d'autres cas il nous est impossible d'affirmer une préférence ; on peut supposer qu'il s'agit de plaisirs égaux. Mais si nous avons affaire à des sensations d'intensité très différente, il nous est assez difficile de nous former une idée nette de cette différence, et il nous est absolument impossible de dire qu'un plaisir est tant ou tant de fois multiple d'un autre et de concevoir, par suite, ce que serait une unité de plaisir ou de peine. La psychologie physiologique ne nous vient pas en aide dans cette question. On peut supposer que les sensations de plaisir et de peine sont accompagnées de certains procès physiologiques spécifiques, mais nous ignorons jusqu'à présent leur nature ; nous ignorons également à quel phénomène quantitatif on peut rapporter l'intensité des sentiments et de quelle maniere ces phénomènes se combinent dans l'acte de la décision. La psychologie ne nous donne donc pas de renseignements suffisants sur la nature des sentiments et le mécanisme de la volonté pour pouvoir trancher la question de la mesure du plaisir et de la peine. Quant à l'observation directe, nous avons vu qu'elle ne permet dans

Digitized by Google

cette question que des jugements d'une portée bien limitée (et s'appuyant sur l'hypothèse que les plaisirs égaux sont ceux pour lesquels nous ne manifestons pas de préférence).

Jevons a cru tourner la difficulté en disant que la théorie n'implique pas la comparaison de quantités de sentiments différant beaucoup dans leur montant, mais tourne autour des points où les plaisirs sont presque, sinon tout à fait, égaux : ceci est exact au point de vue pratique : personne ne pense à construire un barème des sentiments, mais ne résout pas la difficulté théorique. Il ne s'agit pas de mesurer les grandeurs des plaisirs ou des peines ; il s'agit d'avoir le droit d'affirmer qu'ils sont théoriquement mesurables.

M. de Böhm-Bawerk [1] a longuement traité cette question. Il affirme, entre autres, qu'on peut déduire du jugement : « le plaisir procuré par A égale celui que procurent 8B », cet autre jugement : « le plaisir procuré par le A est 8 fois plus grand que celui que procure B » [2]. Il nous semble que la mesurabilité des sentiments devrait être préalablement démontrée

---

[1] *Théorie des wirtschaftlichen Güterwertes*, Conrads Jahrbücher, 1886, t. XIII.

[2] Dans ce raisonnement, chaque unité est censé procurer le même plaisir, ce qui contredit l'un des principes de la théorie de l'utilité décroissante; on peut cependant ad-

Digitized by Google

pour que cette déduction soit légitime ; autrement elle contient une pétition de principe. Cependant, si le premier jugement est exact, on agit, en pratique, absolument comme si le deuxième l'était aussi. La supposition que les plaisirs sont mesurables, si elle ne peut être démontrée, ne contredit en rien les faits que nous connaissons. Elle pourrait donc à la rigueur être conservée comme hypothèse auxiliaire.

La théorie de l'utilité décroissante se trouve ainsi basée sur une supposition plausible, certainement, et expliquant assez bien les faits, mais impossible à démontrer. Cet inconvénient n'est d'ailleurs nullement inhérent à l'économie mathématique : au contraire, c'est justement cette dernière qui, grâce à la théorie du choix de M. Pareto (analysée dans le chapitre suivant), nous permet de nous affranchir de la question de la mesurabilité des sentiments et des hypothèses qu'elle implique.

E.-J. Dupuit

Une théorie mathématique de l'utilité, à peu près conforme aux principes résumés plus haut, se trouve

---

mettre que, pour des quantités très petites, ce plaisir est sensiblement égal ; comme il ne s'agit que de mesurabilité théorique, nous pouvons supposer ces grandeurs aussi petites que nous voulons, l'erreur aurait donc O pour limite.

Digitized by Google

exposée pour la première fois dans les travaux de l'ingénieur français Etienne-Juvenal Dupuit [1]. Ses mémoires avaient pour objet l'étude de la mesure du profit que donnent à la société les grands travaux, et des conditions qui influent sur la grandeur de ce profit. Pour cette étude, il croit indispensable de donner plus de précision à la notion d'utilité, et, fait fréquent dans l'histoire de la science, ces remarques, considérées comme accessoires par l'auteur, ont survécu à ce qui lui paraissait son œuvre principale.

L'utilité est, selon Dupuit, la propriété des choses de satisfaire nos besoins, quels qu'ils soient. « Etant susceptible de plus ou moins, elle est une quantité qui peut avoir pour mesure une autre quantité proportionnelle ». L'auteur croit avoir trouvé cette mesure dans le sacrifice maximum en argent qu'on serait disposé de faire, plutôt que de se passer de l'objet désiré, supposition en général inexacte, sauf dans certains cas particuliers.

Un même objet a pour divers consommateurs un degré d'utilité différent ; l'utilité d'un produit peut être différente pour le même individu , elle décroît

---

[1] DUPUIT : « De la mesure de l'utilité des travaux publics », *Annales des Ponts et Chaussées*, 2e série, 1844, 2e semestre, pp. 332-375.; « De l'influence des péages sur l'utilité des voies et communications », *Ibidem*, 1849, 1er semestre, pp. 170-248.

Digitized by Google

avec l'augmentation de la quantité possédée : elle peut varier, par exemple, pour un morceau de pain, de 0 jusqu'au chiffre de la fortune de l'individu. Dupuit voit bien, également, que l'utilité n'est pas mesurée par le prix effectivement payé, qu'elle ne peut dans aucun cas lui être inférieure ; il en tire d'ailleurs la conclusion inexacte que l'utilité n'a rien à faire avec ce prix.

L'auteur appelle utilité relative la différence entre l'utilité totale définie plus haut et évaluée en argent et le prix effectivement payé. C'est à peu près ce que le professeur Marshall a appelé « rente du consommateur ».

Dupuit n'est pas arrivé à donner une solution satisfaisante à la question de la mesure de l'utilité, qui était pourtant l'objet principal de son ouvrage. Le prix qu'on consent à payer pour un objet dépend non seulement de l'utilité de cet objet, mais aussi de l'utilité des autres choses, de leur prix et de la richesse de l'individu. On ne peut donc pas établir d'égalité, ni même de proportionnalité entre l'utilité et un prix, sauf dans le cas où toutes les autres circonstances restent sans changement.

Dupuit croyait fermement que les mathématiques peuvent être appliquées à l'économie et que, si jusqu'à présent les essais n'avaient pas réussi, c'était parce que « les mathématiciens avaient fait de mauvais calculs ». Il essaya, et avec succès, de présenter

Digitized by Google

géométriquement les idées développées dans le texte. Soit ON, sur l'axe des ordonnées (fig. 1), la quantité d'une chose qu'on consommerait si elle ne coûtait rien; OP le prix maximum qu'on consentirait à payer

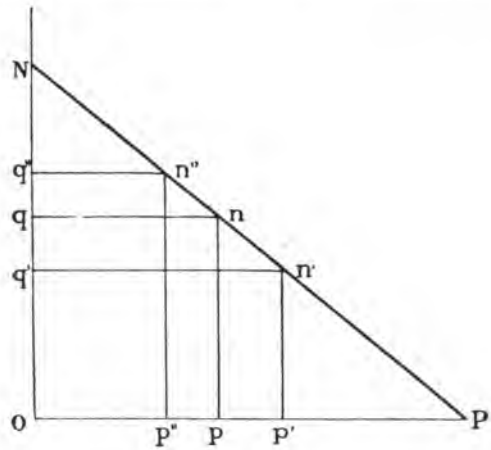

FIG. 1.

pour la première unité, O*p* le prix effectivement payé, et *on* la quantité consommée à ce prix. Alors l'aire ONP qu'on peut, pour plus de simplicité, présenter comme un triangle (quoique en réalité la ligne NP soit une courbe compliquée) mesure l'utilité totale de l'espèce d'objets en question ; le trapèze O*qn*P, l'utilité totale de la partie consommée; le rectangle O*qnp,* la somme payée; l'aire (le triangle) *np*P, l'utilité relative de la quantité consommée. Si le prix devenait O*p'*, la somme payée serait mesurée

Digitized by Google

par O$q'n'p'$; l'utilité relative, par $n'p'$P. Si au contraire le prix tombe à Op'', l'utilité relative devient $n''p''$P. Supposons encore que pp' figure un impôt ; son introduction diminue l'utilité totale de la quantité consommée ; à mesure que l'impôt augmente, son produit augmente d'abord, mais diminue ensuite ; etc...

Ces figures (au nombre de 4) ne sont que des illustrations ou développements du texte ; Dupuit ne s'en sert pas pour rechercher de nouvelles relations. Elles ont toujours l'avantage de montrer qu'une représentation mathématique des théorèmes économiques est possible, que faite correctement elle donne des résultats aussi bons (et plus facilement) que le raisonnement ordinaire, que par conséquent, en théorie au moins, elle peut être utile à la découverte de nouvelles proportions, inaccessibles au raisonnement ordinaire.

Les mémoires de Dupuit ont provoqué deux répliques dans les *Annales des ponts et chaussées,* mais sont restés inconnus à la plupart des économistes et n'ont exercé aucune influence sur le développement de la théorie que nous étudions.

4. H.-H. Gossen

Gossen ne s'est pas borné à affirmer le principe de la nouvelle théorie : il lui donna une expression ma-

Digitized by Google

thématique et essaya d'en déduire de nombreuses conséquences, soit géométriquement, soit au moyen du calcul. L'ouvrage de Gossen [1] est resté totalement ignoré jusqu'au jour où Stanley Jevons, l'ayant connu par hasard (vers 1878), attira sur lui l'attention du monde savant.

Malgré l'intérêt indéniable qui s'attache à son œuvre, Gossen ne nous retiendra pas aussi longtemps que l'aurait exigé un examen, même approximatif, de ses calculs. Comme essai d'application mathématique son ouvrage contient un vice fondamental, l'admission d'une proportionnalité stricte, là où il n'y a que des relations de dépendance fonctionnelle (géométriquement cela se traduit par la substitution des lignes droites aux courbes qui devaient figurer en réalité). Par suite de cette erreur, les formules de Gossen ne peuvent en général être admises comme valables; il y en a parmi elles, qui sont plus ou moins exactes, mais ce qu'il y a d'exact aurait pu aussi bien être découvert sans l'aide des symboles.

Voici un résumé extrêmement bref des parties principales du livre de Gossen : Le plaisir procuré

---

[1] *Entwickelung der Gesetze des menschlichen Verkers und der darraus fliessenden Regeln fur menchliches Handeln,* Braunschweig, 1859. Voir sur Gossen : Hooper, dans le *Journal of the statistical society,* Londres, 1879, et surtout : Walras, dans le *Journal des Economistes,* 1885.

Digitized by Google

par les parcelles successives d'une chose ne reste pas le même, mais décroît à mesure que croît leur quantité. En admettant que les plaisirs peuvent être traités comme des quantités (l'auteur le fait sans discussion), nous pouvons dire que la grandeur du plaisir

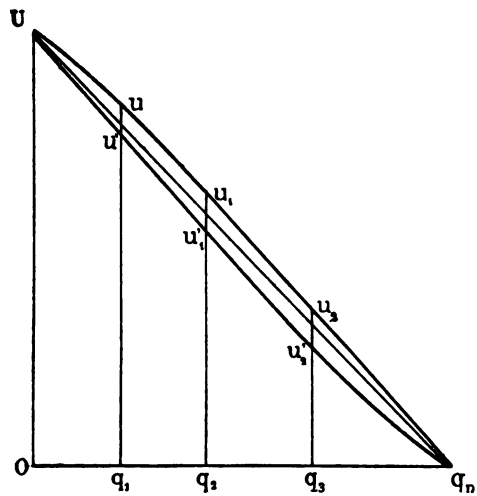

FIG. 2.

est une fonction de la quantité. On peut le présenter géométriquement de la façon suivante : Nous portons sur l'axe des abscisses (fig. 2) les quantités [1] $q_1, q_2, q_3, \ldots q_n$ de l'objet consommé. Les ordonnées présentent la grandeur du plaisir procuré par chaque

[1] Plus exactement, Gossen porte sur l'axe des abscisses la longueur du temps que dure la consommation d'un objet, ou en général toute action qui procure du plaisir.

Digitized by Google

parcelle (intensité du plaisir) ; leur hauteur va en décroissant. L'aire UOq_n représente le plaisir total que peut nous donner la consommation de l'objet considéré. Gossen suppose que le plaisir décroît d'une façon continue, que les sommets des ordonnées sont par conséquent situés sur une courbe continue, que cette courbe, enfin, se rapproche en général d'une ligne droite ; pour la simplicité des calculs il adoptera dorénavant la ligne droite.

La valeur d'usage (Wert) de chaque objet est mesurée par le plaisir qu'il peut nous procurer ; cette valeur d'usage peut par suite être très différente pour les objets de la même espèce ; de même que le plaisir, elle décroît à mesure que croît la quantité.

Un raisonnement mathématique assez simple (qui peut être remplacé par un raisonnement ordinaire plus compliqué) permet de formuler le théorème suivant (p. 33) : pour obtenir le maximum de satisfaction, il faut répartir ses ressources entre les différents objets utiles, de manière à ce que la valeur d'usage de la dernière parcelle de chaque objet soit la même. C'est la forme rudimentaire d'un théorème fondamental de l'économie pure moderne.

Mais, si nous n'envisageons que les biens économiques, la durée de la consommation, de la manière dont la considère l'auteur, n'intervient que pour représenter la quantité consommée pendant ce temps.

Digitized by Google

Gossen cherche également à présenter géométriquement la peine causée par le travail de production; puis (par un procédé assez compliqué), la somme du plaisir en tenant compte du travail nécessaire à le procurer.

De nombreux calculs ont pour objet d'établir des relations quantitatives entre les différentes grandeurs qui influent sur la somme du plaisir. Les calculs sont pour la plupart dénués de valeur, ainsi que nous l'avons indiqué plus haut ; certains résultats, obtenus indépendamment de l'hypothèse de la ligne droite, peuvent être exacts, mais sont tellement élémentaires, qu'ils ne justifieraient pas à eux seuls l'emploi de tout cet apparat compliqué de formules et diagrammes.

La théorie de l'échange de Gossen est une conséquence des principes précédents. Pour obtenir la règle de l'échange de deux marchandises entre elles, il cherche la condition du maximum d'utilité ; ce qu'il considère, c'est le maximum absolu, la plus grande utilité pour toute la société. Pour qu'il soit réalisé, « les deux marchandises, après l'échange, devront être réparties entre deux échangeurs de telle sorte que le dernier atome reçu de chaque marchandise ait la même valeur pour l'un et l'autre échangeur ». Gossen croyait que cette règle pourrait être réalisée dans les conditions économiques actuelles, grâce à la liberté du travail et au libre choix des

Digitized by Google

professions. Il est facile à voir, qu'en outre des conditions de fait qu'elle suppose, il faudrait, pour qu'elle soit applicable, qu'on puisse comparer les sentiments des personnes différentes. Cette première condition n'étant pas remplie, la règle de Gossen ne peut être maintenue, même comme idéal à atteindre.

Nous trouvons encore dans le livre de Gossen une étude mathématique de la rente et de la capitalisation, un projet de nationalisation du sol, accompagné de calculs détaillés de l'opération ; enfin une méthode pour trouver les grandeurs numériques de l'utilité et pour établir la vraie loi de sa décroissance. Ces études contiennent de nombreux diagrammes et formules, malheureusement sans valeur.

Gossen n'a donc pas réussi dans son œuvre mathématico-économique, il n'en reste que des fragments. Ces fragments ont certes de la valeur ; ils nous montrent, de plus, que des questions réputées jusqu'à présent réfractaires à la mesure et au traitement quantitatif peuvent être présentées et étudiées avec l'aide des mathématiques. Ces résultats sont malheureusement bien loin de l'importance que l'auteur attribuait à son ouvrage. Son échec n'est nullement un argument contre la méthode mathématique, il montre seulement que cette méthode, même appliquée à des principes exacts, est un instrument très délicat, dont il faut se servir avec beaucoup d'habileté et de prudence, et que les petites inexactitudes

Digitized by Google

admises dans les prémisses peuvent nous conduire à de graves erreurs.

5. W. Stanley Jevons : Théorie de l'utilité

Si l'on se place exclusivement au point de vue chronologique, Stanley Jevons n'a fait que développer et perfectionner les principes qui étaient déjà acquis avant lui. Mais Jevons ne connaissait pas les travaux de ses devanciers : ceux-là étaient, d'ailleurs, totalement ignorés du monde savant : ils n'étaient même pas l'objet de critique. Au contraire, l'apparition du livre de Jevons, suivie de près des premiers travaux mathématiques de Walras, a soulevé un intérêt pour les questions qui y sont traitées. Adoptées par des économistes de plus en plus nombreux, traduites dans les langues étrangères, les idées qu'il expose ont provoqué une discussion approfondie et servi de point de départ aux recherches postérieures. C'est donc à juste titre, semble-t-il, qu'on peut revendiquer pour Jevons le droit à la paternité de la nouvelle théorie.

Les principes fondamentaux de celle-là ont été esquissés par l'auteur, pour la première fois, dans un mémoire [1] lu à la British association en 1862,

---

[1] Ce mémoire, imprimé en 1866 dans le *Journal of the statistical society of London,* a été reproduit dans l'appendice III de la traduction française de la *Théorie.*

Digitized by Google

ensuite exposés systématiquement dans la première édition de sa *The theory of political Economy*, en 1871. Ce livre a subi quelques modifications dans la deuxième édition [1], mais elles ne concernent que peu la théorie de l'utilité et de la valeur.

L'auteur appelle l'économie politique « théorie du plaisir et de l'effort », ce qu'il faut comprendre dans le sens d'une science, étudiant comment les hommes répartissent leurs efforts et ressources pour obtenir le maximum de satisfaction avec le minimum de peine. Le point de vue est identique à celui de Gossen, l'étude de l'utilité dénote aussi des analogies frappantes. « On doit considérer l'utilité, dit-il [2], comme mesurée par, ou tout à fait identique à ce qu'elle ajoute au bonheur d'une personne, c'est un nom commode pour désigner la somme des plaisirs créés et des efforts épargnés ».

L'exposé même de la théorie est fait chez Jevons d'une façon très supérieure à celle de son prédécesseur. Il est d'abord merveilleusement clair ; ensuite le raisonnement est beaucoup plus serré et beaucoup plus complet que chez Gossen. Nous y trouvons une

---

(1) La traduction française : *La théorie de l'économie politique*, par W. Stanley Jevons, avec préface de Paul Painlevé, Paris, 1909, d'après laquelle nous citons l'ouvrage, a été faite de la troisième édition anglaise, identique à la seconde.

(2) *La Théorie*, etc..., p 105.

Digitized by Google

étude approfondie de la question de la mesure des sentiments, une analyse excellente de la notion d'utilité, la distinction importante entre l'utilité totale et le degré d'utilité. La loi de décroissance de l'utilité est appuyée par des exemples bien choisis et des raisonnements inattaquables. Mais le principal mérite de Jevons consiste en ce que c'est lui qui a donné le premier une expression mathématique appropriée à la théorie de l'utilité. Comme Gossen, Jevons représente graphiquement les variations de l'intensité du plaisir et du degré d'utilité ; mais il évite heureusement l'erreur de son prédécesseur en adoptant définitivement dans ses diagrammes la ligne courbe de forme indéterminée, qu'il faut d'ailleurs considérer comme la limite vers laquelle tend une ligne brisée. Les quantités de marchandises consommées sont portées sur l'axe des abscisses; le degré d'utilité correspondant à chaque point est figuré par l'ordonnée de ce point (fig. 3).

*
* *

La substitution d'une courbe à la ligne brisée soulève un problème de grande importance : c'est l'admission que les quantités consommées, aussi bien que le degré d'utilité, peuvent croître ou décroître d'une façon continue. En réalité les variations que nous connaissons sont toujours d'une grandeur

Digitized by Google

finie, les quantités, aussi bien que leur utilité, augmentent ou diminuent par bonds. Cependant l'admission d'une ligne brisée (d'une fonction discontinue) serait excessivement incommode et rendrait presque impossible tout développement mathématique de la théorie ; de là, la tendance des mathématiciens à considérer les variations continues.

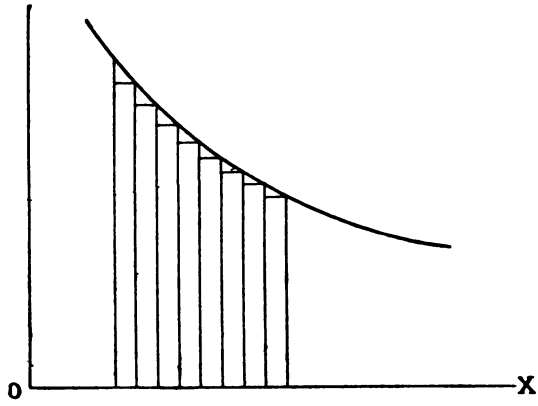

FIG. 3.

Ce cas s'est déjà présenté à nous lors de l'étude de la loi de débit de Cournot (p. 57), seulement alors il s'agissait de variations individuelles rapportées à la totalité des consommations, variations qui étaient donc pratiquement infiniment petites; la ligne brisée s'approchait en réalité d'une courbe continue et la substitution pouvait être effectuée sans erreur appréciable. Dans le cas actuel nous n'avons affaire qu'à

Digitized by Google

des grandeurs strictement individuelles et qui ne peuvent pas être directement totalisées: Jevons semble ne pas s'être suffisamment rendu compte de cette difficulté, et il croit l'avoir surmontée par un raisonnement [1] analogue à celui de Cournot, qui dans le cas actuel suppose implicitement la notion de l'utilité commune d'un groupe; si nous attachons au mot utilité le sens défini plus haut, qui est celui de l'auteur (c'est-à-dire le sens d'ophélimité) [2], la notion d'une utilité moyenne du groupe n'est pas admissible, car les utilités de différentes personnes ne sauraient être comparées. L'affirmation que la loi de la décroissance continue est théoriquement exacte pour l'individu, ne peut être ni démontrée, ni controuvée. Son sens ne peut être que le suivant : s'il nous était possible de diviser à l'infini nos consommations et nous rendre compte des plus petites différences du plaisir qui correspondent à ces variations infinitésimales, nous pourrions constater une décroissance continue de l'intensité de ce plaisir. Or, comme nous l'avons déjà remarqué, la psychologie ne nous renseigne pas assez sur la nature du plaisir, et il semble risqué de parler de ses différences en dehors de celles que nous éprouvons directement. Au point de vue méthodologique l'affirmation de

---

(1) *Théorie*, p. 109.

(2) Comparez plus haut, p. 77.

Digitized by Google

Jevons n'est qu'une approximation, et notre observation pratique nous dit même que c'est une approximation assez grossière (toujours en ce qui concerne les faits individuels, les seuls pour lesquels on peut parler d'utilité. Notons en passant que ce concept d'utilité est bien gênant dans le cas actuel et que le raisonnement serait plus simple en partant de la théorie du choix; il n'y a pourtant pas de différence essentielle, c'est pourquoi nous avons tenu à discuter la question à cette place). Nous considérons cependant cette substitution des variations continues aux variations par bonds comme légitime (dans l'étude *des questions statiques* au moins), car les conséquences de cette admission sont à peu près exactes en ce qui concerne l'ensemble des actions économiques. Ce procédé ne nous donne pas, il est vrai, l'image fidèle du processus psychologique qui a lieu chez chacun des prenant part à une transaction, ni de l'action exacte qu'il y exerce; nous obtenons au contraire les résultats de cette action avec une certaine erreur, mais ce ne sont pas les questions individuelles qui intéressent notre science. Quant à la répercussion de ces erreurs sur les résultats généraux, nous ferons remarquer ce qui suit:

Les différences entre la ligne brisée et la ligne courbe que nous lui substituons ne sont pas le résultat d'une loi, mais découlent de causes fortuites (telles que l'impossibilité de diviser un certain objet

Digitized by Google

au delà de certaines limites ou notre incapacité de nous rendre compte exactement des différences trop petites de nos sensations). Il y a donc la même probabilité pour que les erreurs qui résulteront de l'admission des fonctions continues soient dans chaque cas particulier des erreurs en plus ou en moins. Si nous considérons l'ensemble du phénomène économique pendant une période assez longue, la quantité de transactions est tellement considérable que chaque consommation individuelle, et d'autant plus l'erreur que nous fait commettre notre admission, ne joue qu'un rôle infiniment petit. Et comme il est également probable d'obtenir les erreurs positives ou négatives, nous pouvons admettre, vu leur grand nombre, qu'elles s'annuleront mutuellement. Le point théorique d'équilibre, obtenu en partant de l'hypothèse de la continuité des consommations, ne sera pas éloigné de celui qui correspond aux variations discontinues, autant que nous envisageons les relations intéressant la société entière; les propositions générales que nous donne la première méthode seront donc suffisamment exactes. La légitimité de notre admission semble par conséquent bien démontrée.

Nous attirons l'attention du lecteur sur la différence entre le cas étudié et l'admission d'une ligne droite (proportionnalité stricte) qui est également une approximation simplifiante, mais que nous

Digitized by Google

avons rejetée. Dans ce dernier cas les différences entre la forme exacte de la courbe et la ligne droite proviennent justement de la loi d'après laquelle décroît l'utilité, et nous n'avons aucune raison de supposer que les conséquences des erreurs commises peuvent s'annuler; au contraire, il est même certain qu'elles viendront dans de nombreux cas s'ajouter les unes aux autres. De nombreux faits économiques dépendent de la forme des courbes, par exemple l'élasticité de la demande, etc... Dans ces conditions l'admission est visiblement arbitraire et doit être rejetée.

*
* *

Après cette digression nous retournons à la loi de l'utilité décroissante, telle que l'expose Jevons. Elle peut être exprimée analytiquement de la façon suivante.

Appelons u l'utilité totale, x la quantité; nous pourrons dire que u est fonction de x. Donnons à x un accroissement Δx; il lui correspond un accroissement Δu du même signe; le degré d'utilité peut être présenté par $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ dont la limite est la dérivée $\frac{du}{dx}$; c'est cette dérivée que Jevons appelle *degré final d'utilité;* le degré final d'utilité est lui-même une fonction toujours décroissante de x, c'est-à-dire $\frac{d^2u}{dx^2} < 0$.

Digitized by Google

Par un raisonnement facile, purement verbal d'ailleurs, Jevons démontre que, si un objet peut avoir plusieurs usages, la quantité totale doit être distribuée entre ces usages de façon à ce que les quantités x', y' satisfassent aux équations

$$\frac{du'}{dx'} = \frac{du''}{dy'} = \ldots\ldots, \text{ où } u', u'' \ldots\ldots$$

désignant les utilités totales de l'objet, considéré dans ses différents usages.

Une application assez curieuse de cette formule est faite une quinzaine de pages plus loin; il s'agit de la distribution d'un produit dans le temps. Soit une certaine quantité de produit à consommer dans l'espace de n jours, x, y, z..... les quantités à attribuer à chaque journée, $v_1 = \frac{du'}{dx}$, $v_2 = \frac{du''}{dy}$, etc..., les degrés d'utilité le jour de la consommation; deux éléments encore influent sur la répartition : la probabilité que la consommation aura lieu le jour supposé et la faculté de se représenter les plaisirs futurs. Supposons que la probabilité que l'objet nous soit utile demain est de p_1, après-demain p_2, etc...., ... p_n; soient q_1, q_2, ... q_n les coefficients fractionnaires qui indiquent la proportion dans laquelle l'éloignement diminue l'idée que nous nous faisons d'un plaisir futur (coefficients très variables suivant les individus et approchant de 1 chez les personnes prudentes et bien ordonnées). Alors la condition de la

Digitized by Google

répartition qui paraîtra la plus avantageuse est donnée par l'équation

$$v_1 p_1 q_1 = v_2 p_2 q_2 = \ldots\ldots = v_n p_n q_n$$

Dans l'idée de Jevons cette formule semble devoir exprimer surtout la répartition d'objets de consommation directe. Il est probable qu'elle pourrait (avec certaines modifications, peut-être) trouver une place dans l'étude de l'épagrne et de la formation du capital. Personne n'a cependant, à ce que nous sachions, fait usage d'une formule de ce genre dans la théorie du capital, pas même Launhardt [1], qui essaie pourtant de construire une théorie mathématique de la capitalisation, fondée sur la différence dans l'appréciation des biens présents et futurs [2].

---

[1] *Mathematische Begründung der Volkswirtschaftslehre*, Leipzig, 1885, pp. 67 et suivantes.

[2] Nous ne mentionnons que pour mémoire la théorie des dimensions économiques de Jevons: pour nous, elle ne présente aucun intérêt. La notion de dimension n'est qu'une notion auxiliaire, introduite pour éviter les erreurs, plus spécialement les comparaisons entre les grandeurs d'ordre différent. Une confusion de ce genre n'est pas précisément un des plus grands dangers qui menacent l'économie; il semble donc que cette théorie des dimensions, sans être précisément fausse, est parfaitement inutile. Jevons a été, d'ailleurs, le seul à soulever cette question.

Digitized by Google

6. Stanley Jevons *(suite)* : Théorie de l'échange

La théorie de l'utilité est la base sur laquelle Jevons construit sa théorie de l'échange. Avant d'aborder le problème, il en définit soigneusement les termes. Ceci a une grande importance : on connaît les malentendus qu'a créés et les critiques auxquelles a donné lieu l'économie classique, pour avoir négligé les précisions nécessaires. Le danger serait encore bien plus grave pour l'économie mathématique; pour parer à ce danger ses représentants ont été obligés de recourir à une classification et définition très stricte.

Contrairement à l'idée admise par la plupart des économistes du temps (et par beaucoup de nos contemporains encore), Jevons met en lumière le caractère essentiellement relatif de la notion de la valeur. « La valeur d'échange n'exprime rien d'autre qu'un rapport » (le rapport d'échange); « Parler simplement de la valeur d'une once d'or est aussi absurde que parler du rapport du nombre dix-sept [1] ». Si l'on accepte ces définitions, il n'y a plus lieu de discuter sur les causes de la valeur, la relation entre la valeur et le prix, etc... Il s'agit seulement d'étudier les conditions par lesquelles est déter-

---

[1] *Théorie*, pp. 143-144.

Digitized by Google

miné le rapport d'échange de diverses marchandises les unes contre les autres. La force des idées courantes était cependant telle, que Jevons ne reste pas fidèle à son point de vue, qui est correct, et discute plus tard [1] sur l'origine de la valeur ; il s'occupe même de la question scolastique, si c'est la valeur du produit qui détermine la valeur du travail ou si c'est celle du travail qui détermine celle du produit. Nous retrouvons ces discussions chez d'autres auteurs; elles ne font peut-être pas beaucoup de tort, mais n'intéressent nullement la science.

Après la définition de la valeur nous trouvons celle du marché [2] : « Par marché, dit-il, j'entendrai deux ou un plus grand nombre de personnes négociant deux ou un plus grand nombre de marchandises, lorsque les stocks de ces produits et les intentions de chaque coéchangiste sont bien connus de tous. » Et plus loin [3] : « Chaque individu doit être considéré comme échangeant, eu égard seulement à ses propres besoins et à ses intérêts privés, et *il doit y avoir une concurrence parfaitement libre,* afin que chacun puisse échanger avec chacun pour le moindre bénéfice apparent. »

Ces conditions ne se réalisent jamais en pratique.

---

(1) *Théorie,* pp. 239-245.
(2) *Théorie,* p. 152.
(3) *Théorie,* p. 153.

Digitized by Google

Il est évident qu'une connaissance aussi parfaite des conditions du marché, que la suppose l'auteur, n'est possible que très exceptionnellement. Nous devons cependant admettre cette connaissance, si nous voulons étudier les lois fondamentales du phénomène de l'échange. La question de la légitimité de ce procédé se confond avec celle de légitimité de l'économie pure [1].

En ce qui concerne la libre concurrence, elle constitue une des formes possibles, mais non pas la seule de la vie économique, et son étude devrait être complétée par celle des autres [2]. Jevons ne s'est occupé que de celle-là, de même que son contemporain Walras; la notion même de la libre concurrence a chez eux à peu près la même signification que dans le langage courant et présente un ensemble de

---

(1) Comparez p. 10. On a objecté souvent que le manque de connaissance parfaite des conditions du marché introduisait non seulement des déviations fortuites, mais pouvait également être la cause de phénomènes permanents, par ex., si nous supposons qu'une catégorie d'échangistes est d'une façon durable mieux informée qu'une autre. Ceci peut effectivement avoir lieu pendant une période plus ou moins longue; aussi l'économie descriptive, et encore plus l'économie sociale, doivent soigneusement étudier cette question. Par contre, l'économie pure, qui étudie ce qui est commun à toutes les époques, peut la négliger en cherchant une première approximation.

(2) Voir chap. v. 1.

Digitized by Google

conditions qui sont souvent à peu près réalisées en pratique. Son étude a donc une importance capitale pour deux raisons : 1° les propositions obtenues dans cette hypothèse peuvent s'appliquer avec une légère correction à de nombreux cas concrets; 2° dans les phénomènes plus complexes qui, en général, ne se soumettent pas exactement aux règles de la libre concurrence, une partie des transactions peuvent cependant avoir lieu sous ce régime; la connaissance de ses lois est donc indispensable, quoique insuffisante, pour étudier le phénomène entier.

Jevons remarque encore qu'il se borne à considérer le problème statique, comme le plus simple ; il le comprend d'une façon assez étroite, en posant, entre autres, comme condition que les quantités des produits ne changent pas pendant l'opération considérée. Nous avons donc le problème de l'échange proprement dit, ou simple; l'étude de l'équilibre n'est cependant pas obligée de s'arrêter là, et Walras, déjà, l'a étendue aux questions de production et de capitalisation. Par contre, ce n'est que dans des ouvrages parus tout récemment que nous trouvons une tentative de s'affranchir d'une autre restriction faite par Jevons : celle que l'échange se fasse à des prix constants. Théoriquement elle aussi n'est pas essentielle pour l'étude de l'équilibre économique. Pratiquement il est bien difficile de s'en passer.

Après ces remarques préliminaires, Jevons expose

Digitized by Google

sa théorie de l'échange. Il formule tout de suite le principe fondamental : « le rapport d'échange de deux produits quelconques sera inversement proportionnel au rapport des degrés finals d'utilité des quantités de produits disponibles pour la consommation, après que l'échange est achevé [1]. »

La démonstration qu'en donne l'auteur peut être résumée de la manière suivante : considérons deux groupes, possédant chacun une marchandise différente. Supposons pour commencer un rapport d'échange quelconque. En partant de la loi d'utilité décroissante, nous pouvons affirmer qu'il sera avantageux en général aux uns et aux autres de procéder à un échange, et que le maximum d'utilité aura lieu quand l'utilité de la dernière parcelle cédée égale l'utilité du produit obtenu en échange de cette parcelle, ou, ce qui est la même chose, quand le rapport d'échange, ou prix [2], égale le rapport inverse des degrés d'utilité. Il est évident qu'à un prix fixé au hasard il pourrait très bien se faire que cette condition soit réalisée pour un des groupes,

---

[1] *Théorie*, p. 163.

[2] Nous employons indistinctement ces deux expressions équivalentes, tout en remarquant que Jevons parle toujours du rapport d'échange et le représente par

$$\frac{dy}{dx} \text{ ou } \frac{y}{x}$$

Digitized by Google

tandis que l'autre aura encore avantage à continuer les échanges; pour inciter le premier à le faire, il devra consentir à un léger changement du rapport d'échange. L'équilibre ne pourra s'établir que quand la condition du maximum d'utilité est réalisée pour les deux groupes simultanément. Le prix (ou rapport d'échange) auquel ceci a lieu est le prix d'équilibre.

Cette démonstration ne met pas assez en évidence le fait que le maximum d'utilité dont il s'agit n'est que relatif; c'est le maximum d'utilité, étant donné un certain rapport d'échange. Les prenant part à la transaction pourraient chercher à influencer ce rapport pour obtenir un maximum absolu. Nous supposons cependant que, sous le régime de libre concurrence, les transactions individuelles peuvent être tellement nombreuses qu'elles n'exercent qu'une influence minime sur le rapport d'échange, que par suite chacun recherche seulement un maximum d'utilité au prix imposé par les conditions du marché. Ceci n'empêche pas que l'ensemble des changements individuels fait varier le prix (très souvent dans une direction désavantageuse à leurs auteurs) jusqu'au point où les conditions du maximum sont simultanément réalisées pour tous les échangeurs.

L'exposé symbolique de la théorie est développé de la manière suivante :

• Le premier groupe d'échangeurs possède la quantité a de la marchandise A (blé); le deuxième, la

Digitized by Google

quantité b de la marchandise B (bœuf) ; après l'échange I possédera $(a - x)$ de A et y de B; II aura respectivement x et $(b - y)$.

Appelons $\varphi_1 (a - x)$ le degré final d'utilité (qui, comme on se le rappelle, est la dérivée de la fonction de l'utilité par la quantité et, lui-même, une fonction de la quantité) de la marchandise A pour le groupe I, $\psi_1 (y)$ le degré final d'utilité de B pour le même groupe; $\psi_2 (x)$ et $\psi_2 (y - b)$ auront la même signification pour le groupe II [1].

Si dx et dy sont les parcelles qui s'échangent entre elles, il faut, pour que le maximum d'utilité soit atteint par le groupe I, que nous ayons

$$(1) \qquad \varphi_1(a - x).dx = \psi_1(y).dy$$

et pour le groupe II

$$(2) \qquad \varphi_2(x).dx = \psi_2(b - y)dy$$

d'où

$$(3) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{\varphi_1(a - x)}{\psi_1(y)} = \frac{\varphi_2(x)}{\psi_2(b - y)}$$

---

[1] Jevons parle ici de l'utilité d'un groupe entier, nous avons expliqué que cette notion n'est pas admissible ; il semble que Jevons l'admettait comme « moyenne fictive » (*Théorie*, p. 158) ; tout le raisonnement peut, d'ailleurs, être conservé, si au lieu de deux groupes on met deux individus, à condition qu'ils agissent comme s'ils faisaient partie d'un grand marché, régi par la libre concurrence.

Digitized by Google

ou bien par suite de l'identité

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \tag{4}$$

(car il s'agit d'échanges à prix constants)

$$\frac{\varphi_1(a-x)}{\psi_1(y)} = \frac{y}{x} = \frac{\varphi_2(x)}{\psi_2(b-y)} \tag{5}$$

Nous avons deux équations avec deux inconnues, ce qui prouve que le problème est déterminé. Non seulement le rapport d'échange de deux marchandises est inversement proportionnel au rapport des degrés d'utilité, mais cette condition remplie pour les deux échangistes suffit à déterminer ce rapport, à condition que les quantités initiales des produits nous soient données.

Pour obtenir les résultats acquis par Jevons, l'emploi des symboles n'était certainement pas indispensable, quoique à notre avis il facilite beaucoup l'exposé. Mais la question de la possibilité de l'application des mathématiques se trouvait définitivement tranchée. Reprenant, sans la connaître, l'idée de Cournot, Jevons a montré que cette application pouvait se faire avec une correction absolue, grâce à l'emploi des fonctions indéterminées. Le progrès a consisté depuis à développer les résultats généraux, en persistant dans cette voie.

Il semble, pourtant, que l'auteur lui-même ne croyait pas le but atteint par l'établissement de for-

Digitized by Google

mules générales, et estimait qu'elles pourraient servir, grâce au perfectionnement des statistiques, à des calculs numériques. Il y a ici, comme encore dans d'autres cas chez Jevons, une confusion entre les points de vue de l'économie pure et descriptive. La première ne pourrait même pas envisager, autrement qu'en guise d'exemple, non seulement les calculs numériques, mais même les formes déterminées des fonctions particulières, car toutes les grandeurs qui entrent dans les formules sont soumises à des variations continuelles, et l'économie pure ne s'occupe que des faits permanents; elle doit donc se borner à étudier des propriétés communes à des groupes de faits et leurs conséquences générales. Par contre, l'économie appliquée, qui étudie les phénomènes d'une certaine époque et à une certaine place, aurait un avantage considérable à connaître les formes des fonctions et les valeurs numériques des grandeurs qui entrent dans les formules : c'est alors seulement qu'elle pourrait tirer tout le profit de ces formules pour expliquer et ordonner les phénomènes observés. Il n'est pas impossible que nous puissions dans l'avenir introduire dans nos formules des fonctions tirées de l'observation, très approximative sans doute, pouvant servir cependant à des déductions utiles. Mais si ces opérations n'étaient jamais possibles, les formules de l'économie pure ne perdraient pas pour ça leur valeur.

Digitized by Google

Jevons ne s'est attaché que fort peu à développer ses formules fondamentales, et ses tentatives ne sont pas toujours heureuses. Plus spécialement en ce qui concerne l'échange de plusieurs marchandises entre elles, sa solution semble manquée, ce qui provient en partie de la disposition des formules, notamment, comme l'a remarqué Walras, de l'adoption du rapport $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ au lieu du prix. Disposées comme elles sont les formules de Jevons l'obligent à comparer toujours les marchandises deux à deux; il est par suite très difficile, sinon impossible, de traiter le problème général; on pourrait, en effet, écrire facilement plus d'équations qu'il y a d'inconnues, et il faudrait rechercher si certaines d'entre elles, et lesquelles, peuvent être éliminées. Si dans l'exemple de Jevons cette conséquence n'apparaît pas immédiatement, c'est que l'auteur a soin d'attribuer à chacun des groupes de négociants une marchandise différente [1]. Mais dans ce cas nous ne pouvons plus mettre des négociants isolés à la place des groupes dont parle Jevons. Cette dernière notion implique dans ce cas nécessairement l'idée inadmissible d'une utilité moyenne du groupe. La solution de Jevons ne peut donc être admise comme valable.

Toutes les formules de l'auteur, qu'il s'agisse de

---

[1] *Théorie*, pp. 186-188.

Digitized by Google

l'échange proprement dit ou de la production, peuvent d'ailleurs être considérées beaucoup plus comme des indications que comme des tentatives de solution complète. Jevons lui-même voyait cette imperfection de son ouvrage et promettait [1] de développer sa théorie dans un ouvrage ultérieur qui n'a jamais paru.

En dehors des parties déjà analysées son livre contient :

Une théorie du travail qui devrait logiquement faire partie de la théorie de l'utilité : la peine (l'effort pénible) du travail est, en effet, considérée comme le contraire de l'utilité et obéit à des lois analogues; les notations sont presque identiques dans les deux cas;

Une ébauche très générale de la théorie de production;

Une théorie de la rente;

Des remarques en ce qui concerne les échanges internationaux:

Enfin, une théorie très curieuse du capital.

L'emploi des mathématiques ne joue qu'un rôle insignifiant dans son étude de toutes ces questions.

---

[1] *Théorie*, p. 271.

Digitized by Google

7. Léon Walras : Théorie de la valeur

Walras a formulé, presque en même temps que Jevons, des idées qui se rapprochent singulièrement de celles que nous venons d'exposer. Il commençait la publication de son premier ouvrage [1], au moment où il eut connaissance des travaux de Jevons ; quoique ayant développé ses idées indépendamment, il reconnut avec une parfaite loyauté et un désintéressement admirable la priorité de son concurrent [2].

Le grand savant pouvait le faire d'autant plus facilement que sa théorie de la valeur, pour importante qu'elle soit, n'est pas son principal titre à la gloire : par ses considérations sur l'équilibre économique, dans des cas compliqués et généraux, Walras a ouvert la voie à la branche la plus importante des applications mathématiques.

On pourrait lui reprocher, peut-être, une notion trop absolue de la valeur. Il la définit comme « la

---

(1) *Principes d'une théorie mathématique de l'échange. Equations de l'échange,* 1873-1875. C'est le premier ouvrage qui nous intéresse, car Walras était déjà l'auteur de nombreux travaux économiques de moindre importance.

(2) Voir la correspondance entre Jevons et Walras, *Journal des Economistes,* 15 juin 1874; voir également Walras, *Eléments d'économie politique pure,* 1889, p. 71 et suivantes, p. 188 et suivantes.

Digitized by Google

propriété qu'ont certaines choses de n'être pas obtenues, ni cédées gratuitement, mais d'être achetées, vendues, données et reçues en certaines proportions de quantité contre d'autres choses » [1]. La valeur, avec son caractère quantitatif, se présente à lui comme un phénomène naturel, se manifestant pleinement sous le régime de la libre concurrence; il limite par suite l'économie pure à l'étude de l'échange sous ce régime. Le prix d'équilibre d'une chose dans l'autre est défini comme le rapport de leurs valeurs; mais le prix est également le rapport inverse des quantités échangées, définition absolument correcte. Et comme dans ces recherches l'auteur substitue la notion expérimentale du prix à celle un peu métaphysique de la valeur, il s'ensuit que l'importance des résultats n'est nullement influencée par l'idée qu'il se fait de la valeur d'échange [2].

L'auteur commence par une étude des rapports entre le prix, l'offre et la demande. Il est possible que

---

[1] WALRAS, *Eléments d'économie politique pure*, Lausanne, 1889, p. 66. (La quatrième et dernière édition de ce livre a paru en 1900.)

[2] On peut d'ailleurs découvrir chez Walras des passages où une conception quelque peu différente de la valeur semble se faire jour, par ex. là où il parle de la mesure de la valeur au moyen de la monnaie (*Eléments*, 1889. p. 172). Mais c'est le point de vue résumé dans le texte qui prévaut dans l'ensemble du livre.

Digitized by Google

certaines idées, par exemple celle d'envisager la demande et l'offre comme fonctions du prix, lui aient été suggérées par Cournot, que Walras connaissait; d'autres ont été empruntées aux économistes contemporains, mais toutes développées d'une façon tout à fait originale. Il semble qu'il faut chercher le point de départ de la théorie de Walras dans la simple proposition que le prix doit être tel qu'il fasse concorder l'offre et la demande. Systématiquement développée et généralisée, cette proposition nous donne toute la théorie de l'équilibre économique.

Si nous considérons l'échange de deux marchandises entre deux personnes, le problème est assez simple. Il peut être formulé de la façon suivante : étant données deux personnes, dont chacune possède une marchandise différente et à chaque prix en offre une certaine quantité en demandant une quantité équivalente de l'autre, déterminer le prix auquel aura lieu la transaction. Si nous connaissions la dépendance fonctionnelle entre la demande et le prix (dépendance que nous désignerons sous la forme $F_a(p_a)$, $F_b(p_b)$, etc...), la solution complète du problème nous serait donnée analytiquement par un système d'équations en nombre égal à celui des inconnues, et exprimant les relations qui existent entre la demande des deux produits et leurs prix. Ces relations sont très simples.

Le prix d'une marchandise en l'autre, a en b pour

Digitized by Google

fixer les idées, est égal au rapport inverse des quantités échangées, soit $p_{a \cdot b} = \frac{q_b}{q_a}$. Il s'ensuit que les prix sont réciproques les uns des autres :

$$(1) \qquad p_{a \cdot b} = \frac{1}{p_{b \cdot a}}, \text{ ou } p_{a \cdot b} \cdot p_{b \cdot a} = 1.$$

Au prix d'équilibre la demande effective de la marchandise a doit être égale à son offre effective, ou, ce qui revient au même dans le cas où nous n'avons que deux produits, à la demande de la marchandise b, multipliée par le prix de b en a, soit

$$(2) \qquad F_a(p_a) = F_b(p_b) \cdot p_b$$

Les équations (1) et (2) nous donnent la solution du problème, qui contient deux inconnues. Le système peut être remplacé par tout autre équivalent.

Arrivé à ce point, Walras recherche les raisons dont dépend la forme des fonctions F_a, etc..., ce qui l'amène à une étude sur l'utilité; il distingue l'utilité extensive et intensive: la première est mesurée par la quantité du produit qui peut être utilement employée à satisfaire nos besoins; la deuxième doit être considérée comme l'intensité d'un besoin partiel, satisfait par une très petite quantité de produit; nous y retrouvons le degré final d'utilité de Jevons; Walras l'appelle également rareté, appellation peu heureuse, car elle suggère l'idée d'une limitation absolue de la quantité, ce qui est bien différent.

Digitized by Google

L'utilité intensive décroît à mesure que la quantité augmente, car les besoins qu'on satisfait avec les portions successives du produit sont de moins en moins importantes. Admettons que l'utilité intensive soit mesurable; nous pouvons dire qu'elle est une fonction décroissante de la quantité. L'utilité totale d'une très petite quantité d'une certaine chose est mesurée par le produit arithmétique de l'utilité intensive par cette quantité; l'utilité totale d'une quantité quelconque est mesurée par l'intégrale définie de la forme

$$\int_{x_1}^{x_2} f_1(x) . dx$$

où x est la quantité en général, x_1 la quantité initiale, x_2 — la finale, $f(x)$ — l'utilité intensive, ou la rareté de la chose considérée. Walras donne également une représentation graphique de ces relations (d'une façon absolument identique à celle de Jevons).

Si nous considérons un individu qui échange une marchandise contre une autre à un certain prix, le maximum d'utilité totale aura lieu pour lui quand la rareté de a égale celle de b, multipliée par le prix de a en b. Walras démontre cette proposition analytiquement et géométriquement et l'appelle théorème de satisfaction maxima; on voit immédiatement qu'elle est identique au premier principe de l'échange de Jevons.

Digitized by Google

C'est justement ce principe de satisfaction maxima qui détermine les courbes d'offre et de demande. Revenons à l'exemple précédent et supposons que les individus que nous avons considérés possèdent déjà une certaine quantité des deux marchandises. Appelons $q_{1\cdot a}$ et $q_{1\cdot b}$ les quantités de a et de b possédées par l'échangeur (1) et $\varphi_{1\cdot a}(q_a)$, $\varphi_{1\cdot b}(q_b)$, leurs utilités intensives (ou leurs raretés) pour le même individu. Soient x_1 et y_1 les quantités (positives ou négatives) de a et b qu'il ajoute à son avoir. Comme il recherche le maximum de satisfaction, ses « dispositions à l'enchère », c'est-à-dire la relation entre le prix et les quantités offertes et demandées par lui, seront déterminées par les relations

$$\frac{\varphi_{1\cdot a}(q_{1\cdot a} + x_1)}{\varphi_{1\cdot b}(q_{1\cdot b} + y_1)} = p_{a\cdot b} \text{ et } y_1 = -p_{a\cdot b} \cdot x_1$$

d'où nous tirons

$$\varphi_{1\cdot a}(q_{1\cdot a} + x_1) = p_{a\cdot b} \cdot \varphi_{1\cdot b}(q_{1\cdot b} - x_1 . p_{a\cdot b})$$

ou

$$\varphi_{1\cdot b}(q_{1\cdot b} + y_1) = p_{b\cdot a} \cdot \varphi_{1\cdot a}(q_{1\cdot a} - y . p_{b\cdot a}).$$

La solution de ces équations nous donnerait :

$$x_1 = F_{1\cdot a}(p_a) \; ; \qquad y_1 = F_{1\cdot b}(p_b)$$

nous aurions également pour l'échangeur (2)

$$x_2 = F_{2\cdot a}(p_a) \; : \qquad y_2 = F_{2\cdot b}(p_b).$$

Ces expressions nous donnent l'offre et la demande individuelles en fonction des prix ; l'offre y est consi-

Digitized by Google

dérée comme la demande négative. Si, en revenant à l'exemple précédent, nous supposons que c'est l'individu (1) qui demande du a en offrant du b, et l'individu (2) qui demande du b en offrant du a, nous pouvons remplacer dans l'équation (2) $F_a(p_a)$ par $F_{1\cdot a}(p_a)$ et $F_b(p_b)$ par $F_{2\cdot b}(p_b)$. La solution du système d'équations (1) - (2) se réduit en définitive à la connaissance des fonctions $\varphi_{1.a}(q_a)$, $\varphi_{2.b}(q_b)$, etc.

*
* *

Sous le régime de la libre concurrence, la condition de la satisfaction maxima doit être également remplie pour tout le monde. Si elle ne l'est pas, les échanges continuent jusqu'à ce que l'on ait :

$$p_{a\cdot b} = \frac{r_{1\cdot a}}{r_{1\cdot b}} = \frac{r_{2\cdot a}}{r_{2\cdot b}} = \ldots\ldots \frac{r_{n\cdot a}}{r_{n\cdot b}}$$

(où $r_{1\cdot a}$, $r_{2\cdot a}$ ..... représentent les raretés ou utilités intensives des dernières parcelles). L'auteur en tire la conclusion suivante :

Le prix étant par définition le rapport des valeurs:

$$p_{a\cdot b} = \frac{v_a}{v_b}, \text{on a } \frac{v_a}{v_b} = \frac{r_a}{r_b}$$

$$\text{également : } \frac{v_a}{v_c} = \frac{r_a}{r_c}, \text{ etc...}$$

(remarquons que r_a, r_b ..... sont des abréviations et qu'il ne s'agit pas de raretés moyennes).

Digitized by Google

« Or, s'il est certain que la rareté et la valeur d'échange sont deux phénomènes concomitants et proportionnels, il est certain que la rareté est la cause de la valeur » [1]. Cette déduction n'est pas absolument sûre : les deux phénomènes pourraient avoir une cause commune; mais en général on ne doit pas parler de la cause de la valeur, car le rapport d'échange, comme nous le verrons tout à l'heure, peut déterminer des phénomènes qui de leur côté influent sur ce même rapport d'échange. Nous tomberions donc dans un cercle vicieux.

Nous avons vu, d'ailleurs, que l'idée de la valeur jouait dans les raisonnements de Walras un rôle de peu d'importance, moindre que celui qu'il semble lui attribuer lui-même. Cette circonstance est encore plus évidente, si l'on considère ses études des cas plus compliqués que nous examinerons dans le chapitre suivant.

8. Ecole autrichienne. — Rôle des mathématiques dans le développement de la théorie

En même temps que paraissait la première édition du Livre de Jevons, la théorie de l'utilité décroissante était exposée, cette fois sans faire usage des symboles

---

[1] *Eléments*, 1889, p. 124.

Digitized by Google

mathématiques, dans les « Grundsätze der Volkswirtschaftslehre » du professeur Ch. Menger [1]. Cet ouvrage a été le point de départ de plusieurs ouvrages sur la valeur, par des savants connus sous le nom général de l'Ecole autrichienne [2], ou psychologique. La dernière appellation ne doit pas prêter à une confusion et faire croire, par exemple, à un point de vue analogue à celui de M. Tarde. Les auteurs en question ont cherché à déduire les lois économiques en partant d'une analyse méticuleuse des motifs des actions économiques (notamment des dispositions humaines relativement à tout ce qui est nécessaire à la satisfaction des besoins) dans le cas moyen ou typique [3]. Les principes de la théorie,

---

[1] Vienne, 1871. Cette édition est aujourd'hui très rare, il existe une traduction italienne, publiée par le *Giornale degli Economisti* en 1906-1907 « Principii fondamentali di Economia ».

[2] F. DE WIESER : *Uber den Ursprung und die Hauptgezetze des wirtschaftlichen Güterwertes*, Vienne, 1884, et *Das naturliche Wert*, Vienne, 1889; E. DE BÖHM-BAWERK : « Theorie des wirtschaftlichen Güterwertes, dans *Cowrad's Jahrbücher für Nationaloekonomie*, Jena, 1886, et *Positive Theorie des Kapitals*, Insbruck, 1889 (3e édition 1912), ZUCKERKANDL : *Zur Theorie des Preises*, Leipzig, 1889, etc...

[3] Comparez MENGER : *Uber die Methode des Sozialwissenschaften, etc...*, Vienne, 1884; aussi BÖHM-BAWERK : *Theorie des wirtschaftlichen Güterwertes*, notamment pp. 78 et 480; WIESER : *Uber den Ursprung*, etc..., p. 39.

Digitized by Google

de la valeur et de l'échange, admis par l'Ecole autrichienne ne diffèrent guère de ceux de Jevons et de Walras; par contre, il y a des différences dans la manière de les exposer et de les développer. Les problèmes d'économie individuelle y tiennent beaucoup plus de place; le sujet est traité d'une façon moins abstraite; ainsi par exemple Menger et ses disciples n'ont pas fait l'hypothèse de la décroissance continue du degré d'utilité. Des différences notables s'ensuivent dans la manière d'exposer la détermination du prix [1]. Cette méthode permet de présenter certaines questions d'une façon plus rapprochée de la réalité et, peut-être même, plus claire (mais non plus simple) que ne le font les mathématiciens; mais il est douteux qu'elle puisse nous apprendre les relations de dépendance mutuelle de plusieurs grandeurs, et il est certain qu'il lui serait impossible d'exposer le mécanisme du phénomène économique dans son ensemble.

***

La théorie de l'utilité décroissante, envisagée en elle-même, et ses premières applications à l'étude de la valeur ne peuvent pas être considérées comme dues à la méthode mathématique. Même chez les

---

[1] Comparez par ex. Böhm-Baweck, *Ibidem.*, p. 489 et suivantes.

Digitized by Google

auteurs qui ont fait usage des symboles, l'emploi de ces symboles ne sert dans la plupart des cas qu'à exprimer des relations obtenues par le raisonnement ordinaire. On parvient de cette manière à exposer la théorie et à effectuer certaines démonstrations d'une façon beaucoup plus simple, mais en même temps on rend cet exposé beaucoup plus abstrait et plus éloigné de la réalité. On pourrait donc discuter sans fin sur la nécessité, ou même l'utilité, d'une étude mathématique de ce sujet. Mais la théorie considérée n'est qu'un premier pas dans la voie où s'est engagée l'économie pure; elle n'est que la base sur laquelle commence à s'édifier l'étude complète de l'équilibre économique où les mathématiques jouent un rôle essentiel. Cette étude peut, comme nous le verrons, faire abstraction du concept d'utilité, mais elle maintient les principales relations élaborées par la théorie de l'utilité finale qui, par ce fait, se trouve intimement liée à l'économie mathématique.

∴

Les pages qui précèdent ne donnent pas une idée complète de la théorie considérée; mais nous n'avions pas à le faire : notre but unique était d'indiquer de quelle manière les mathématiques ont été appliquées à la solution des questions qu'elle soulève. Nous avons également omis de répondre à de nom-

Digitized by Google

breuses objections que la théorie de l'utilité décroissante a suscitées. De ces objections les unes se rapportent à toute tentative théorique en général, et il n'est pas possible de les réfuter autrement qu'en produisant à chaque fois une justification de l'économie pure, ce que nous avons fait une fois pour toutes. D'autres, les plus importantes, cherchent à mettre la théorie en contradiction avec les faits, en indiquant les nombreux cas où les objets échangés ne présentent aucune utilité directe pour une partie des échangeurs; ces objections confondent le problème de l'échange simple avec celui de la production, ou plus généralement de la transformation. D'autres encore, plus spécialement dirigées contre la théorie mathématique, s'attachent à des points de détail, par exemple l'hypothèse de continuité. Ces questions se présentent également dans l'étude de l'équilibre général ; nous en avons déjà parlé et nous les envisagerons encore dans les chapitres suivants.

Digitized by Google

CHAPITRE IV

LA THÉORIE DE L'ÉQUILIBRE ÉCONOMIQUE

1. La notion de l'équilibre économique

La notion de l'équilibre économique, quoique difficile à définir exactement, ne semble pas devoir prêter aux malentendus. On se rend parfaitement compte, en effet, qu'il ne s'agit pas d'une absence de tout changement, d'une immobilité absolue. La vie économique consiste essentiellement à produire, échanger, consommer, des marchandises ou des services, et un état économique est caractérisé de la façon la plus élémentaire par le fait que telle quantité de chaque chose y est produite, échangée, consommée, dans une unité de temps [1]. Cet état se maintient, si les quantités en question ne changent pas. L'équilibre économique peut alors être défini

[1] Il est évident que ces procès ont lieu d'une façon discontinue; cependant, si nous envisageons la société entière, on peut les considérer comme continus. Dans nos raisonnements mathématiques, il peut nous être commode de trans-

Digitized by Google

comme un état qui se maintiendrait indéfiniment, s'il ne se produisait pas de changements dans les éléments de la vie économique (nombre de producteurs, de consommateurs, leurs goûts, conditions naturelles ou techniques de la production, etc...). Il se maintient, parce que les changements possibles sont contraires aux goûts, ou si l'on aime mieux aux désirs de ceux qui pourraient les effectuer, et inversement, les changements désirables ne sont pas permis par les conditions économiques. Toutes les fois que l'équilibre n'est pas atteint, ces derniers changements peuvent se produire; il s'ensuit que les forces économiques tendent continuellement vers l'état d'équilibre défini plus haut [1].

Nous avons déjà remarqué [2] que cet état ne pou-

---

férer cette continuité sur les cas individuels. Un raisonnement analogue à celui de la p. 97 nous montrera que nous pouvons le faire sans déplacer le point où a lieu l'équilibre général.

[1] La notion scientifique de l'équilibre que nous considérons ici n'a évidemment rien de commun avec la conception d'un équilibre des facteurs sociaux que certains penseurs proposent à la société comme idéal à atteindre. Chez nous, c'est une notion définie, une expression de tendances réelles; là-bas, c'est un énoncé plus ou moins vague de désirs, disant seulement que pour le bien de la société il faudrait qu'aucun de ses éléments n'ait une prépondérance décisive sur les autres. Les deux notions ne se contredisent pas, elles n'ont pas de point de contact.

[2] Comparez Introduction, 2.

Digitized by Google

vait jamais avoir lieu en réalité; il faudrait, pour cela, que les hommes puissent adapter immédiatement leurs actions aux changements économiques; or, une telle adaptation étant très lente, l'équilibre est continuellement dérangé avant d'être atteint. Et pourtant, aucune théorie économique n'a pu se passer entièrement d'une notion de ce genre.

Il y a, cependant, des différences profondes entre la signification scientifique de la même notion chez les anciens économistes et dans la théorie que nous nous proposons d'étudier. Les premiers ne recherchaient pas les conditions devant être remplies pour que l'équilibre puisse se réaliser, ils les supposaient simplement remplies et s'appliquaient à étudier une relation particulière qui a lieu au moment de l'équilibre; c'était pour eux le cas normal, moyen, où des circonstances fortuites (qui pourraient nous en éloigner dans l'une ou l'autre direction) se neutralisent mutuellement. Et, comme circonstances forfuites, ils considéraient en général toutes les influences dont ils ne tenaient pas compte.

Cette méthode a de graves défauts, elle donne en général une solution logiquement insuffisante, attache une importance exagérée à une relation qui n'en a pas plus que les autres, ne permet pas, enfin, de voir les liens des différentes relations entre elles et avec l'ensemble des faits économiques.

Pour la théorie mathématique, au contraire, l'équi-

Digitized by Google

libre consiste dans l'ensemble des relations de dépendance mutuelle des grandeurs économiques. Cette théorie constitue le développement scientifique d'une idée en apparence simple et commune, que nous exprimerons approximativement (on ne peut pas l'exprimer exactement sans faire usage des notions mathématiques) de la façon suivante : les prix et les quantités de marchandises, produites ou consommées, atteignent les hauteurs nécessaires, pour que d'un côté soient satisfaits les goûts de leurs consommateurs; que, de l'autre, les fournisseurs de services employés à leur production obtiennent une rémunération suffisante pour leur en faire offrir les quantités nécessaires. Tous ces prix et ces quantités sont considérés comme un système de grandeurs, réagissant mutuellement les unes sur les autres. La théorie cherche à exprimer par des équations l'ensemble des conditions que suppose l'équilibre du système (dans le sens défini plus haut).

Les relations qui doivent avoir lieu au moment de l'équilibre se réaliseraient approximativement, si certaines conditions théoriques étaient exactes; en réalité elles présentent l'image plus ou moins fidèle des tendances [1] de la vie économique. C'est là que

---

[1] Cette notion n'est pas facile à définir et surtout à délimiter strictement. Il faut se garder de confondre les tendances théoriques dont nous parlons avec celles de l'évolu-

Digitized by Google

réside l'importance scientifique aussi bien que la justification méthodologique de cette fiction : il ne nous est pas possible d'étudier les relations continuellement changeantes qui ont lieu en réalité; tout ce que nous pouvons faire, si nous voulons introduire un peu d'ordre dans le chaos des faits économiques, c'est d'étudier leurs tendances ayant un certain caractère de stabilité. La théorie de l'équilibre nous donne la plus importante partie de cette étude : elle peut nous apprendre, en effet, quelles sont les tendances et même approximativement dans quelle mesure elles sont opérantes. Elle est une base indispensable à l'étude d'un autre problème : de quelle manière ces tendances agissent, se développent, changent; du problème que nous pouvons appeler dynamique [1].

---

tion économique. Les premières ont lieu toujours quand sont donnés les éléments du système qui cherche son équilibre; les deuxièmes n'ont lieu qu'autant que nous supposons des changements réguliers de ces éléments; elles n'ont donc pas le même caractère de généralité et de nécessité que les autres. C'est justement la circonstance qui nous permet (et même nous oblige) de séparer ces deux groupes de tendances, qui en pratique peuvent s'entre-croiser et se confondre (comparez plus bas, chap. v, 2, et chap. vi, 1).

[1] L'exposé précédent pourrait faire croire que l'état d'équilibre exprime toujours les tendances économiques. Ceci a lieu en général quand nous supposons certains éléments (ou conditions) du problème stationnaires. Si ces élé-

Digitized by Google

La conception de la dépendance mutuelle est l'idée maîtresse de la théorie mathématique de l'équilibre. Réciproquement il n'y a que l'économie mathématique qui pouvait la développer, car elle seule dispose d'un instrument d'investigation qui lui permet de prendre en considération de nombreux éléments à la fois; il est déjà difficle de résumer dans le langage non symbolique la grande quantité des conditions de l'équilibre; il serait absolument impossible de se servir d'un pareil exposé dans les raisonnements ultérieurs. L'application des mathématiques, qui nous

---

ments peuvent évoluer, nous pourrions rechercher les conditions qui déterminent leur équilibre à eux ; mais en général ces dernières ne correspondront pas aux tendances réelles. Un état d'équilibre de ce genre ne se distingue pas de n'importe quel cas particulier. Son examen peut, pourtant, présenter un intérêt, par ex. lorsque c'est le seul cas d'une catégorie de phénomènes dont l'étude rigoureuse est en général possible. Mais ce sont là évidemment des études d'importance secondaire en comparaison de celles où l'équilibre correspond à une réalisation idéale des tendances.

Un autre cas à considérer est celui de l'équilibre instable; il faut se garder de confondre cette notion avec celle d'un équilibre souvent dérangé à cause des variations des éléments du système — à ce point de vue tout équilibre économique le serait dans une très forte mesure. Nous dirons qu'un système est dans une position d'équilibre instable, si, après avoir été éloigné de cette position, il ne tend pas à y revenir, mais, au contraire, s'en éloigne. Ce cas a lieu quand, d'un côté, les variables atteignent les hauteurs qui satisfont aux conditions de l'équilibre, mais,

Digitized by Google

a apparu jusqu'à présent comme possible et utile, devient ici indispensable. Et, s'il était démontré que les formules établies pour caractériser l'équilibre économique ne sont pas susceptibles d'aucune déduction applicable aux faits concrets, ce qui à notre avis n'est pas le cas, il s'ensuivrait seulement qu'une théorie à la fois correcte et développable des phénomènes économiques n'est en général pas possible; mais les formules en question n'en resteraient pas moins la seule généralisation correcte de ces phénomènes.

2. Historique. Travaux de Léon Walras, F.-Y. Edgeworth, Irving Fisher, Pareto

Léon Walras nous a donné la première solution du problème de l'équilibre économique dans son ensemble. « Etudier l'échange, dit-il [1], c'est rechercher les rapports entre les grandeurs qui sont : le prix, l'offre effective, la demande effective, la quantité, l'utilité... ». Nous avons vu, dans le chapitre précédent, comment il résolvait le problème dans le

---

d'un autre, les changements conformes aux goûts ne sont pas impossibles. L'équilibre instable n'est donc pas une expression des tendances économiques; sa considération peut cependant être utile, en nous permettant de mieux préciser les caractères de l'équilibre stable.

[1] *Eléments*, 1889, p. 20.

Digitized by Google

cas le plus simple : l'échange de deux marchandises entre deux personnes. Le problème qui se pose ensuite est celui de l'échange d'un nombre quelconque de marchandises entre un grand nombre d'échangeurs. C'est le cas complet de l'échange simple qui a lieu quand nous considérons les quantités de produits comme fixes pendant l'opération. Le passage est très facile pour celui qui a bien saisi les principes de la théorie. La base du raisonnement peut, selon nous, être résumée de la façon suivante : la hauteur qu'atteignent les prix est celle qui permet l'établissement de l'équilibre sur le marché; les prix sont par suite déterminés par l'ensemble des conditions de l'équilibre. Walras ne formule pas explicitement la proposition précédente; ce point de vue est même légèrement obscurci dans son exposé par la théorie de la valeur fondée sur la rareté; il n'en est pas moins essentiel pour comprendre l'ensemble de ses raisonnements, plus encore en ce qui concerne la théorie de la production, que celle de l'échange proprement dit [1].

Dans le cas qui nous occupe maintenant, comme dans celui qui précède, il s'agit de trouver un système

---

[1] Remarquons que l'appellation « théorème de l'équilibre » est réservée par Walras à une condition de l'équilibre général seulement, notamment au théorème sur la dépendance mutuelle des prix : $p_{a \cdot b} = p_{c \cdot a} : p_{b \cdot a}; \ldots$ etc.

Digitized by Google

d'équations en nombre égal à celui des inconnues. Nous pouvons trouver ce système en considérant les relations entre l'offre et la demande et le prix. Le problème mathématique à résoudre peut être formulé ainsi : étant donné un nombre quelconque de porteurs de m marchandises différentes, quelles sont les quantités de chacune d'entre elles, échangées sur le marché contre chacune des autres, et les prix auxquels ces échanges auront lieu [1] ?

Nous avons donc $m\ (m-1)$ prix et $m\ (m-1)$ quantités, soit en tout $2m\ (m-1)$ inconnues à trouver. Nous avons également $2m\,(m-1)$ équations, à savoir :

1° $(m-1)$ de la forme.

$$\text{(I)} \qquad D_{a \cdot b} + D_{a \cdot c} + \ldots\ldots = D_{b \cdot a} \cdot p_{b \cdot a} + D_{c \cdot a} \cdot p_{c \cdot a}$$

. . . . . .

exprimant que la demande totale de chaque produit est égale à la somme des demandes des produits qu'on obtient en échange, multipliée chacune par le prix respectif du produit considéré dans le premier. Les équations de cette forme sont au nombre de m, mais il est facile à démontrer qu'une d'elles peut être considérée comme la conséquence de toutes les autres.

---

[1] On peut facilement faire varier les détails du problème, par ex. rechercher les quantités échangées par chaque individu, etc.

Digitized by Google

2° $(m-1)^2$ équations, dites d'équilibre général de la forme

$$\text{(II)} \quad \begin{aligned} p_{a\cdot b} &= \frac{1}{p_{b\cdot a}}; \; p_{c\cdot b} = \frac{p_{c\cdot a}}{p_{b\cdot a}} \cdots\cdots \\ p_{a\cdot c} &= \frac{1}{p_{c\cdot a}}; \; p_{b\cdot c} = \frac{p_{b\cdot a}}{p_{c\cdot a}} \cdots\cdots \end{aligned}$$

. . . . . .

3° Enfin les $m(m-1)$ équations qui nous donnent la demande partielle de chaque marchandise (c'est-à-dire demande de cette marchandise en échange d'une seule autre) en fonctions des prix ; de la forme

$$\text{(III)} \quad \begin{aligned} D_{b\cdot a} &= F_{b\cdot a}\,(p_{b\cdot a}, p_{c\cdot a}, p_{d\cdot a} \cdots) \\ D_{a\cdot b} &= F_{a\cdot b}\,(p_{a\cdot b}, p_{c\cdot b}, p_{d\cdot b} \cdots) \end{aligned}$$

. . . . . .

La principale caractéristique de ce cas est en effet la circonstance que les demandes sont fonctions non seulement du prix d'une des marchandises échangées dans l'autre, mais également des autres prix (rigoureusement parlant de tous).

Cette solution du problème [1] pourrait être à la rigueur considérée comme satisfaisante. Mais il est préférable d'y introduire deux modifications ; jusqu'à présent, nous avons supposé que les marchandises s'échangeaient directement les unes contre les

---

[1] *Eléments*, 1889, pp. 132-133 et 139-140.

Digitized by Google

autres, il y avait donc deux prix et deux quantités échangées pour chacun des échanges partiels. Il est probable que les raretés (utilités intensives) ne seront pas de prime abord au même niveau dans tous les échanges — il y aura une série d'arbitrages et l'équilibre ne s'établira que très lentement [1]. En pratique, le niveau des raretés n'est atteint que lorsqu'une des marchandises joue le rôle de monnaie ; dans ce cas tous les prix sont exprimés dans cette marchandise ; nous n'avons plus que $(m - 1)$ prix ; de même nous n'avons plus de quantités partielles échangées, mais seulement des quantités totales. Il nous faut donc réduire en conséquence le nombre des équations.

Deuxièmement, et comme dans le cas de deux variables, l'auteur cherche à baser les fonctions de demande sur les considérations d'utilité. Il le fait de la même manière — en partant du théorème de la

---

[1] De ces faits, SCHUMPETER (« Das Wesen und der Hauptinhalt der theoritischen Nationalokonamie »), pp. 273-275, a cru pouvoir déduire la nécessité logique de la monnaie, définie comme tout objet qu'on acquiert non en vue de son utilité propre, mais pour l'échanger contre un autre. A notre avis, les arbitrages peuvent parfaitement se produire sans intervention d'un tel objet : on acquiert une marchandise A contre une autre B tant que ces échanges augmentent l'utilité; puis, si l'on s'aperçoit qu'on peut utilement échanger A contre C, on le fait également ; il n'y a pas ici d'intervention logiquement nécessaire de la monnaie.

Digitized by Google

satisfaction maxima. Nous aurons donc pour l'individu (I)

$$\varphi_{b\cdot 1}(q_{b\cdot 1} + y_1) = p_{b\cdot}\varphi_{a\cdot 1}(q_{a\cdot 1} + x_1)$$
$$\varphi_{c\cdot 1}(q_{c\cdot 1} + z_1) = p_{c\cdot}\varphi_{a\cdot 1}(q_{a\cdot 1} + x_1)$$

.....

au nombre de $(m - 1)$ (rigoureusement parlant, la rareté de chacune des marchandises. *a, b,* etc... est fonction des quantités de toutes les autres,

$$\varphi_{b\cdot 1}(q_{b\cdot 1} + y_1\,,\ q_{a\cdot 1} + x_1\,,\ q_{c\cdot 1} + z_1 \ldots\ldots)$$

mais ceci ne changerait rien à la forme générale de la solution analytique [1] de Walras).

Nous avons en outre l'équation

$$x_1 + y_1 p_{b\cdot a} + z_1 p_{c\cdot a} + \ldots\ldots \quad = 0$$

qu'on peut appeler équation du bilan de l'individu et qui exprime l'équivalence des quantités cédées et reçues. En éliminant, entre les m équations précédentes, les $(m - 1)$ inconnues x_1, y_1, z_1, ... nous pourrons écrire :

$$y_1 = F_{b\cdot 1}(p_b\,,\ p_c \ldots\ldots)$$
$$z_1 = F_{c\cdot 1}(p_b\,,\ p_c \ldots\ldots)$$

qui nous donneront la demande ou l'offre de l'in-

---

[1] Au contraire, sa solution géométrique (*Eléments*, 1900, 1er annexe) ne saurait, pour cette raison, être considérée comme satisfaisante.

Digitized by Google

dividu (I) en fonction des prix (l'offre est toujours considérée comme la demande négative). En faisant la somme des quantités individuelles et posant

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots = X$$
$$y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots\ldots = Y$$

.....

nous obtenons pour les demandes totales

$$\text{(IV)} \qquad \begin{aligned} Y &= F_b(p_b\,,\ p_c\,,\ p_d \ldots\ldots) = 0 \\ Z &= F_c(p_b\,,\ p_c\,,\ p_d \ldots\ldots) = 0 \end{aligned}$$

.....

(il est évident que l'offre totale d'une marchandise doit être égale à la demande totale, et de signe contraire ; leur somme est donc nulle).

Les équations (IV) [1] remplacent le système précédent :

« Ainsi, conclut l'auteur [2], se détermineraient mathématiquement les $(m-1)$ prix des $(m-1)$ marchandises dans la m — ième, prise comme numéraire, par la 3 — ple condition : 1° que chaque échangeur obtient la satisfaction maxima de ses

---

[1] Il pourrait sembler qu'elles sont au nombre de m ; mais on démontre qu'une d'elles, par exemple

$$X = F_a(p_b, \ldots\ldots) = 0$$

est la conséquence de toutes les autres ; c'est pourquoi nous l'avons supprimée. Il nous reste alors $(m-1)$ équations.

[2] *Eléments*, 1889, p. 147.

Digitized by Google

besoins, les rapports de raretés étant égaux aux prix; 2° que chacun doit recevoir en proportion de ce qu'il donne ou donner en proportion de ce qu'il reçoit, n'y ayant pour les marchandises qu'un seul prix en le numéraire, celui pour lequel la demande totale effective égale l'offre totale effective; 3° qu'il n'y eut pas lieu à arbitrage. »

Etudions de plus près la première condition. Nous avons vu tout à l'heure que l'équilibre pouvait être déterminé en considérant simplement les fonctions d'offre et de demande et sans faire intervenir les notions d'utilité ou de satisfaction. Celles-là ont de l'importance autant que par hypothèse elles déterminent les fonctions d'offre et de demande. Mais il faut se rappeler qu'il y a au fond une hypothèse, impossible à démontrer, celle notamment que le plaisir (utilité, satisfaction) est mesurable. Supposons maintenant que nous pouvons tirer de l'expérience les formes de ces fonctions, sans que le calcul des utilités (raretés) puisse nous donner ces résultats ; il est évident que dans ce cas il serait avantageux de procéder à l'étude de l'équilibre en partant de ces fonctions empiriques et sans nous occuper de leurs relations avec l'utilité. En fait, l'expérience ne nous apprend qu'infiniment peu sur la forme des fonctions d'offre et de demande ; nous pourrons peut-être obtenir plus de renseignements en considérant l'utilité ; dans ce cas nous devons le faire. Il est essentiel

Digitized by Google

toutefois de remarquer que l'hypothèse hédoniste, sur laquelle s'appuie la théorie de l'utilité décroissante, n'est pas indispensable à la théorie générale de l'équilibre. Cette dernière pourrait être construite en supposant que les hommes agissent non pas avec la tendance d'obtenir le maximum de satisfaction, mais en vertu de n'importe quel autre principe, pourvu qu'en partant de ce principe on puisse avoir des fonctions d'offre et de demande de la forme

$$f_b\,(p_b, p_c, p_d \ldots\ldots) = 0.$$

(Il est évident que, pour qu'une telle théorie soit applicable à expliquer les faits, le principe qu'elle admet doit être suffisamment général et les fonctions ci-dessus connues, au moins dans leurs principaux caractères ; mais pour le moment il ne s'agit que de sa possibilité théorique).

C'est des considérations analogues que proviennent les plus récentes théories de l'économie pure. La marche des idées qui y a abouti a été, toutefois, assez lente.

Les raisons qui ont décidé Walras à faire intervenir l'utilité semblent être les suivantes :

1° On obtient ainsi une cause unique de la valeur;

2° On pousse l'analyse économique jusqu'aux derniers éléments accessibles à notre investigation ;

3° On explique la forme des fonctions d'offre et

Digitized by Google

de demande (et surtout on obtient là-dessus des précisions que l'expérience ne nous donne pas) ;

4° On peut démontrer qu'on a le nombre d'équations exactement égal à celui des inconnues à déterminer. En effet, dès qu'on admet que les considérations d'utilité peuvent exercer une influence quelconque dans l'échange, il faut s'expliquer sur leurs relations avec les fonctions d'offre et de demande; autrement nous ignorons si, à côté des conditions énumérées, il n'y en a pas d'autres auxquelles le système doit satisfaire — dans ce cas nous aurions trop d'équations ;

5° On introduit un élément qui permettra de juger la valeur pratique des résultats des transactions économiques.

La première de ces raisons doit être abandonnée, la dernière ne peut être admise qu'avec infiniment de prudence. Certes, il serait à souhaiter que notre science nous aide à guider les actions pratiques, mais on n'a pas le droit d'y changer la moindre chose exclusivement en vue de ce but. Les théorèmes de l'économie pure ne peuvent être directement appliqués à la pratique ; en voulant les forcer on s'expose à de graves erreurs ; Walras lui-même n'a pas toujours su les éviter.

Quant aux autres raisons, elles sont fondées, mais nous verrons qu'on peut obtenir les mêmes avantages en partant d'un autre point de vue.

Digitized by Google

***

Un progrès important a consisté à considérer l'utilité d'un objet comme la fonction non seulement de la quantité de cet objet, mais aussi des quantités des autres choses possédées pour un individu. Ceci a été fait, pour la première fois, par le professeur F.-Y. Edgeworth dans son ouvrage *Mathematical Psychics* (1) ; avant lui on n'avait envisagé que des cas particuliers de cette dépendance, les produits complémentaires et concurrents (2). Edgeworth a généralisé ces notions et leur a donné une expression mathématique très élégante. Soient x, y les quantités des produits possédées par un individu. La fonction $P = F(x,y)$ exprime l'utilité totale dont jouit l'individu ; ses dérivées partielles

$$\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}$$

nous donnent les degrés d'utilité des produits x, y ; on voit facilement que chacune de ces deux quantités peut dépendre en même temps de x et de y. On voit également qu'il n'est pas permis, en général, de parler d'une utilité totale de x ou de y, indépendante de l'ensemble du système économique.

---

(1) Londres, 1881.

(2) Déjà Gossen, puis Menger: *Grundsätze*.

Digitized by Google

C'est dans le même ouvrage qu'Edgeworth a introduit la très importante et très féconde notion de « courbe d'indifférence » (indifference-curve) qu'il définissait de la façon suivante : Portons les quantités x et y de deux produits sur les deux axes d'un système de coordonnées rectangulaires. L'utilité qui provient de leur consommation est une fonction de ces deux quantités : $P = F(x, y)$ et peut être figurée par la cote du système des coordonnées. Nous appellerons courbe d'indifférence le lieu géométrique des points (x, y) ayant la même cote (autrement dit des points qui figurent des combinaisons donnant la même satisfaction). Analytiquement l'équation de courbe d'indifférence est comme il est facile de le voir :

$$\frac{\partial P}{\partial x} . dx + \frac{\partial P}{\partial y} . dy = 0$$

Nous voyons que dans ses raisonnements Edgeword admet toujours que l'utilité (qui est synonyme de satisfaction) est mesurable ; il le proclame d'ailleurs explicitement.

Irving Fischer, au contraire, a aperçu la fragilité de cette base et a cherché à y obvier en donnant à l'utilité une définition objective ; son point de vue s'approche sensiblement de celui de la théorie du choix, mais le savant américain n'est pas arrivé à donner la solution définitive de la difficulté.

Digitized by Google

Dans la deuxième partie de son ouvrage [1], nous trouvons une intéressante tentative de déterminer géométriquement les conditions de l'équilibre dans le cas où l'utilité marginale d'une chose est fonction des quantités de plusieurs objets (théoriquement de tous). Certains éléments de cette démonstration ont été repris par Pareto dans le texte de son Manuel, mais, en général, il semble qu'une solution géométrique des cas plus compliqués sera toujours inférieure à une solution analytique.

V. Pareto, dans ses premiers ouvrages [2], admet l'hypothèse hédoniste ; c'est lui qui a proposé le terme d'ophélimité pour remplacer celui d'utilité dans son acceptation économique (et à cause des malentendus auxquels ce dernier a donné lieu) ; il traite l'ophélimité comme une quantité, tout en faisant certaines restrictions sur l'existence de la fonction d'ophélimité.

Ce n'est qu'à partir de 1900 que le savant professeur de Lausanne commence à développer, d'abord dans ses articles du *Giornale degli Economisti,* puis dans le *Manuale della Economia politica* [3] et dans

---

[1] *Mathematical investigations into the theory of value and prices,* 1892.

[2] *Cours d'économie politique,* Lausanne, 1896-97, et articles du *Giornale degli Economisti,* 1892-97.

[3] Milan, 1906.

Digitized by Google

le *Manuel de l'Economie politique* (1), traduction française un peu modifiée du même ouvrage, une nouvelle théorie, qu'il appelle théorie des choix, et qui peut avantageusement remplacer l'hypothèse hédoniste. C'est à l'étude de cette théorie que nous passerons à présent (2).

3. La théorie des choix de Vilfredo Pareto

La théorie des choix, que nous exposons d'après son créateur, M. V. Pareto (3), peut être présentée de la façon suivante :

Soient : x et y les quantités de deux biens économiques qui sont à la disposition (4) d'un individu.

---

(1) Paris, 1909.

(2) En même temps que le terme d'ophélimité, M. Pareto a introduit deux autres que nous rappellerons au lecteur, car nous nous en servirons quelquefois dans la suite : il appelle « ophélimité élémentaire » ce que Jevons appelle « degré final d'utilité » (et Walras « rareté »). L'ophélimité élémentaire, divisée par le prix, est « l'ophélimité élémentaire pondérée ».

(3) Voir surtout : *Manuel d'Economie politique*, Paris, 1909, appendice, pp. 539-537 et *passim ;* aussi l'article : « Economie mathématique », dans l'*Encyclopédie des sciences mathématiques*, t. I, vol. 4, p. 591 et suivantes; enfin *Giornale degli economisti*, 1902, article de Boninsegni, pp. 106-134.

(4) Nous disons : qui sont à la disposition; non pas: qui sont consommés, ou doivent être consommés; ceci nous

Digitized by Google

Supposons, sans examiner les raisons qui influent sur son choix, qu'il lui soit indifférent de posséder les combinaisons (x_1, y_1), (x_2, y_2) (x_3, y_3),..... $(x_n\ y_n)$.

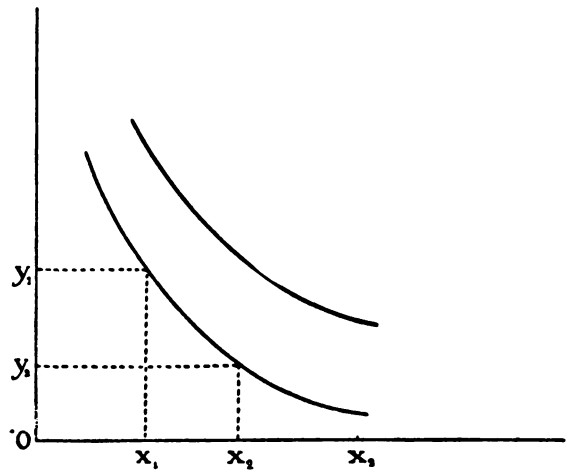

FIG. 4.

Portons les quantités x_1, x_2,..... x_n sur l'axe des abscisses, y_1, y_2 ..... sur celle des ordonnées, les points du plan (x_1y_1), (x_2y_2)..... figurent les combinaisons indifférentes ; en multipliant ces combi-

---

permet de ne pas considérer les biens indésirables (les « disutilities » et les « discomodities » de Jevons) et de ne pas tenir compte de l'ordre dans lequel la consommation a lieu, étant donné que chaque individu la fixera de la façon qui lui convient le mieux (voir PARETO : *Manuel*, pp. 249-251).

Remarquons encore que les quantités dont il s'agit peu-

Digitized by Google

naisons et en interpolant ensuite, nous obtenons une courbe continue (voir fig. 4) qui est absolument analogue aux lignes d'indifférence du professeur Edgeworth, sauf qu'elle ne suppose pas le plaisir, ni l'utilité comme principe qui guide le choix. Nous conserverons le nom de ligne d'indifférence pour désigner ces nouvelles lignes.

Au lieu de présenter géométriquement, nous pourrions rechercher la relation analytique qui caractérise la ligne d'indifférence. Ce serait une équation de la forme

$$(1) \qquad f_1(x, y) = 0$$

En partant d'autres combinaisons x_1', y_1', ou x_1'', y_1'', etc., nous trouverons d'autres lignes d'indifférence et d'autres équations analogues à (1), par exemple :

$$f_2(x', y') = 0$$
$$f_3(x'', y'') = 0, \text{ etc.}$$

---

vent être ou bien considérées d'une façon absolue, ou bien rapportées à une période de temps déterminée; ce dernier point de vue est plus correct; aussi, quand nous parlerons dans la suite de quantités consommées, produites, échangées, etc., il faudra toujours sous-entendre : « dans une unité de temps », par ex. pendant une année.

Il est évident, enfin, que parmi les biens économiques, qui en général peuvent être des produits ou des services de capitaux (dans l'acception la plus large de ce mot, voir v. 2), il faut ranger toutes les formes du travail (respec. le repos), services des capitaux personnels.

Digitized by Google

Attribuons maintenant à chacune de ces lignes d'indifférence un indice, I, devant satisfaire aux deux conditions : 1° les combinaisons indifférentes doivent avoir le même indice ; 2° de deux combinaisons non indifférentes, celle qu'on préfère doit avoir un indice plus grand. Dans ces limites, les indices sont absolument arbitraires. Nous pouvons donc nous figurer un nombre infini de systèmes d'indices. Choisissons n'importe lequel d'entre eux; nous pouvons le représenter géométriquement, dans un système de coordonnées rectangulaires où nous portons sur la cote les valeurs attribuées aux indices des lignes d'indifférence successives. En interpolant encore une fois, nous obtenons une surface dont l'équation est

$$(2) \qquad f(x, y, \mathrm{I}) = 0.$$

Si dans cette équation nous attribuons à I des valeurs particulières, nous obtiendrons des équations des lignes de niveau dont les projections sur le plan xy sont les lignes d'indifférence.

Nous pouvons mettre l'équation (2) sous la forme

$$(3) \qquad \mathrm{I} = \varphi(x, y)$$

qui caractérise un quelconque des systèmes d'indices. Tous les autres s'en déduiront en posant

$$(4) \qquad \mathrm{I} = \mathrm{F}[\varphi(x, y)]$$

à la seule condition que F soit une fonction croissante de φ

Digitized by Google

Nous pouvons étendre ces considérations à un nombre quelconque de variables. Pour leur représentation géométrique les ressources de la géométrie enclidienne ne sont plus suffisantes, et nous devons employer les notations correspondantes à l'espace de n dimensions. Analytiquement cela ne fait aucune différence.

Si nous passons d'une combinaison $x, y, z,...$ à une autre : $x + dx, y, z,...$ l'indice I augmente de

$$(5) \qquad \frac{\partial I}{\partial x} . dx = F' . \varphi_x . dx$$

où F′ est la dérivée de F par rapport à $\varphi(x, y, z)$ et φ_x la dérivée de φ par rapport à x. En différenciant l'équation $I = F[\varphi(x, y, z \ldots)]$, dans laquelle nous supposons I constant, nous obtenons :

$$(6) \quad O = F' . \varphi_x . dx + F' . \varphi_y . dy + F' . \varphi_z . dz + \ldots\ldots$$

ou

$$(7) \quad O = \varphi_x . dx + \varphi_y . dy + \varphi_z . dz + \ldots\ldots$$

qui est l'équation d'une *variété* d'indifférence (dans l'espace à n dimensions).

Nous pouvons tirer de l'expérience une équation équivalente à (7).

Supposons que l'individu se trouve au point (x,y) et qu'il puisse obtenir l'un de ces produits en échange de l'autre, dans un rapport (ou à un prix) p_y (égal au rapport $-\frac{\partial x}{\partial y}$). Il y a une grandeur de p_y qui incite l'individu à donner du x et demander du y ;

Digitized by Google

une autre qui produit un changement contraire ; il y a enfin un prix p_y auquel aucun changement n'a lieu.

L'expérience nous apprend que ce prix est une fonction des quantités possédées des deux produits (si nous n'en considérons que deux ; dans le cas général, elle est fonction de toutes les quantités) ; théoriquement, des expériences répétées pourraient nous permettre de préciser cette fonction ; en pratique, ce n'est pas possible, nous obtenons pourtant certains renseignements sur sa forme.

Posons donc :

$$p_y = f(x, y) = r_y$$

Si nous donnons à x un accroissement positif, d_1x, nous aurons pour y un accroissement négatif, dy, tel que nous pourrons écrire.

$$d_1x + dy \,.\, r_y = 0 \qquad (8)$$ [1]

---

[1] A première vue, il pourrait sembler que cette équation est identique à celle du bilan pour le cas de deux produits [voir plus bas, équation (21)], mais il n'y a entre elles qu'une analogie tout extérieure. La deuxième nous dit seulement qu'une certaine quantité d'une des marchandises qu'on échange peut être *conditionnellement* réduite à une certaine quantité de l'autre. L'équation (8) affirme une égalité absolue entre les deux quantités, l'une d'elles pouvant indifféremment remplacer l'autre. Aussi les coefficients de la forme r_y (ou les coefficients que nous pourrons en déduire) peuvent-ils être considérés comme des indices

Digitized by Google

de même, si nous supposons l'individu passant du point x,z au point $x + d_2x, z + dz$, nous aurons :

$$d_2x + dz.r_z = 0$$

Et en général, si l'individu passe du point $x, y, z \ldots$ à $x + dx, x + dy, z + dz \ldots$, nous aurons

$$(9) \qquad dx + r_y\, dy + r_z dz + \ldots\ldots + \ldots\ldots = 0$$

($r_y, r_z \ldots\ldots$ sont fonctions de toutes les variables x, y, z, etc...).

Cette équation peut être immédiatement intégrable ou bien le devenir, si nous multiplions ses membres par un même facteur [1]. Dans les deux cas, elle peut prendre la forme

$$\psi_x . dx + \psi_y\, dy + \psi_z . dz + \ldots\ldots = 0$$

qui est absolument identique à (7)

élémentaires; leur intervention sert non seulement à rendre égales les quantités dx et le résultat de la multiplication $dy.r_y$, mais encore à donner son sens économique à cette égalité. C'est grâce à cela que nous pourrons donner ensuite à la constante d'intégration le sens d'une fonction indice du choix.

Au point de vue mathématique, les équations (8) et celle du bilan se distinguent par le caractère des fonctions qui servent de coefficients à dx, dy, etc. Dans la dernière, elles sont souvent des constantes, mais elles peuvent être également des fonctions des variables x, y, etc.; seulement, ce seront des fonctions bien différentes de r_y, etc.

[1] L'équation (9) pourrait ne pas avoir de facteur intégrant; dans ce cas, l'équation (10) n'existe plus; il n'y a pas de fonction telle, que les grandeurs $r_y, r_z \ldots$ en soient les

Digitized by Google

En l'intégrant nous obtenons :

$$(10) \qquad I = \psi(x, y, z, \ldots\ldots)$$

ou en général $I = F[\psi(x, y, z \ldots\ldots)]$

I est la constante d'intégration qui, présentée sous la forme (10), est, comme on sait, appelée fonction intégrale de l'équation (7) ou (9). Si nous considérons x, y, z, etc. comme variables indépendantes, I est leur fonction; c'est la fonction indice du choix, et nous voyons qu'il peut y en avoir une infinité, car nous ne savons pas quelle forme attribuer à $F(\psi)$; elles doivent seulement satisfaire aux deux conditions citées plus haut. Si nous attribuons à I une valeur arbitraire, nous obtenons l'équation d'une ligne d'indifférence.

On peut donc obtenir des équations qui, comme nous le verrons, suffisent pour construire la théorie de l'équilibre économique, sans faire usage des no-

---

dérivées. Ce cas se présente si l'ordre dans lequel a ou aura lieu la consommation influe sur le choix. Il a été étudié par Pareto (*Manuel*, pp. 547 à 557). Remarquons, d'ailleurs, que l'équation (9), qui existe toujours, importe seule, en principe, à la théorie générale de l'équilibre.

Si nous supposons que les indices sont des indices d'ophélimité, il n'y aura pas, dans le cas considéré, de fonction exprimant l'ophélimité totale. Cette possibilité avait été déjà envisagée par Pareto dans son « Cours ».

Si x, y, z, etc. désignent les quantités dont on dispose, ce cas semble avoir assez peu d'importance.

Digitized by Google

tions d'utilité, d'ophélimité, etc..., en considérant simplement l'indifférence du choix, autant que nous pouvons connaître les rapports r_y, r_z ..... (autrement dit la limite des rapports $\frac{\Delta' x}{\Delta y}, \frac{\Delta'' x}{\Delta z}$, au moment où le choix entre x, y, z ..... et $x + \Delta x$, $y + \Delta y$, $z + \Delta z$ nous est indifférent) en fonction de x, y, z..... En pratique ceci n'est pas possible, mais tant que nous n'avons pas l'intention de nous livrer à des calculs numériques, la possibilité théorique suffit pleinement.

Maintenant il nous faut examiner les relations entre la nouvelle théorie et la question d'ophélimité et de sa mesure. Jusqu'à présent nous n'avons encore rien supposé quant au principe qui dirige les choix; il ne semble cependant pas utile de baser nos recherches sur des actions dont les motifs seraient les plus divers. Ceci n'est pas impossible et les formules les plus générales de l'équilibre subsisteraient encore dans cette hypothèse, mais elles seraient à peu près vides de tout contenu : nous ne pourrions rien affirmer sur la forme des fonctions; il est même douteux que la substitution des fonctions continues aux fonctions discontinues puisse encore être considérée comme légitime. Pour que l'économie pure soit applicable à l'étude des faits réels, il faut qu'elle ne considère que les actions dérivant d'un motif déterminé. Pour choisir ce dernier nous avons théorique-

Digitized by Google

ment deux voies. Nous pouvons partir de l'expérience, prendre les actes normaux, moyens, souvent répétés, définir leurs caractères communs ; cette définition jouera alors le rôle du principe que nous cherchons. Ou bien nous pouvons choisir *a priori* un motif des actions humaines et ne considérer dans nos études que celles qui en découlent, ainsi que l'ont fait jusqu'à présent les théoriciens de l'économie pure. En théorie ce motif pourrait être n'importe lequel : égoïsme, altruisme, ascétisme, etc..., mais il est évident qu'il faut le choisir de manière à ce qu'il soit assez général et ses caractères suffisamment connus pour servir aux déductions ultérieures.

En pratique ces deux voies ne sont pas aussi éloignées l'une de l'autre qu'il pourrait sembler. Le moyen le plus facile pour tirer de l'expérience la définition des actes que nous voulons considérer et pour démontrer qu'elle est légitime, est de laisser guider notre observation par un principe apriorique. Pour vérifier alors que les actions motivées par ce dernier sont à peu près les seules qui se répètent normalement, régulièrement, nous avons les ressources combinées de la déduction et de l'induction. Tel est, selon nous, le rôle que pourrait jouer dans la théorie la notion d'ophélimité. Son importance est, comme on le voit, bien secondaire et pourrait même disparaître tout à fait avec le temps.

Digitized by Google

Les choix qui dérivent de ce principe sont caractérisés objectivement par le fait qu'on préfère toujours une quantité plus grande d'un objet utile à une quantité moins grande; comme nous considérons les biens économiques dont on dispose (et non ceux qu'on consomme ou qu'on est tenu de consommer), tous peuvent être considérés comme plus ou moins utiles; par suite, si dans une combinaison la quantité d'un produit est plus grande que dans une combinaison différente (les quantités des autres produits restant égales), la première sera préférée. En nous référant à nos notations symboliques, nous dirons que dans ce cas l'indice du choix croît toujours avec les quantités des produits, autrement dit que

$$\frac{\delta I}{\delta x} > 0, \text{ de même } \frac{\delta I}{\delta y} > 0, \text{ etc.}$$

$$(\text{ou } \varphi_x > 0 \; ; \; \varphi_y > 0, \ldots\ldots)$$

Il faut avouer qu'à notre connaissance il n'a pas été fait de tentative d'étudier d'une manière rigoureusement scientifique dans quelle mesure les actes de choix définis ainsi peuvent être considérés comme les actes moyens, régulièrement répétés; nous ne pouvons rien dire sur l'importance des exceptions. L'expérience quotidienne, certaine, quoique un peu grossière, nous dit bien, il est vrai, que c'est ainsi qu'agit la grande majorité des hommes dans la grande majorité des cas. Ceci nous semble suffisant pour justifier une étude construite sur cette base,

Digitized by Google

mais ne suffirait pas pour pouvoir affirmer que nous donnons réellement la théorie exacte des faits normaux, ou moyens de la vie réelle; personne n'y songe d'ailleurs.

En résumé, pour construire la théorie de l'équilibre économique, nous ne sommes pas tenus de faire une hypothèse sur le motif qui décide des choix économiques des hommes; mais il nous est nécessaire de faire certaines suppositions sur les caractères de la fonction indice du choix [1]. Or, ces caractères nous sont donnés dans une certaine mesure par l'expérience, et pour les obtenir il nous est commode d'admettre l'efficacité d'un principe psychologique ; notamment (dans l'état actuel de nos connaissances) de la tendance au plus grand profit personnel, ou à la plus grande ophélimité. Voilà de quelle manière cette notion intervient dans la nouvele théorie [2].

Si maintenant nous admettons que l'ophélimité peut être traitée comme une grandeur, il est évident

---

[1] La connaissance de ces caractères est donc, ainsi qu'on le voit, la seule condition absolument nécessaire de l'application des mathématiques à l'économie. Celle-ci est par conséquent absolument indépendante de toute hypothèse faite pour expliquer ces caractères.

[2] On pourrait présenter la relation inversement et dire : nous tirons de l'expérience la définition des actes de choix que nous allons considérer comme normaux — il se trouve

Digitized by Google

qu'elle sera un indice du choix, mais non pas le seul. Les différentes quantités d'ophélimité correspondant aux différentes combinaisons formeraient un des nombreux systèmes possibles des fonctions indices. Il s'ensuit que, même théoriquement, aucun calcul numérique de l'ophélimité n'est possible, même à un facteur près [1].

Tous les autres systèmes d'indices sont également dans une certaine mesure des indices d'ophélimité ; ils augmentent en même temps, leur maximum a lieu au même point ; enfin ils peuvent être soumis encore à d'autres conditions communes.

Si l'on considère que l'ophélimité ne peut être traitée comme grandeur et qu'elle ne possède qu'un vague caractère quantitatif, tous les systèmes d'indices servent au même titre d'indices d'ophélimité. Ces distinctions n'ont pas beaucoup d'importance pour l'étude de l'équilibre; grâce aux coïncidences que nous venons de citer, nous pouvons, en général, nous servir dans cette étude de n'importe quel système. Par contre elle pourrait jouer un rôle dans l'étude des phénomènes dynamiques.

---

qu'ils correspondent à ceux qui découleraient de la tendance au plus grand profit; il semble cependant que la version du texte corresponde mieux au cours réel de nos recherches.

[1] Pour certaines exceptions, voir PARETO, *Manuel*, p. 545 et suivantes.

Digitized by Google

*
* *

La théorie du choix est importante surtout au point de vue de la base logique de l'économie pure ; elle nous permet de remplacer le premier principe, difficile à formuler, de cette discipline, par une simple définition mathématique [1] et de nous passer de l'hypothèse sur la mesure de l'ophélimité. Elle présente tous les avantages scientifiques de la théorie hédoniste et en même temps elle est susceptible d'évolution : si un jour, à la suite d'une connaissance plus exacte des phénomènes, il nous était avantageux de tenir compte d'une catégorie de faits plus vaste, que nous le faisons maintenant, ce passage pourrait s'opérer par un simple changement dans quelques relations et sans bouleverser les formules de l'équilibre [2].

*
* *

Nous avons obtenu ainsi une expression mathématique satisfaisante pour les goûts des individus,

---

[1] Comparez introduction, p. 12.

[2] Le raisonnement de la sect. 5 du chap. précédent sur la légitimité de l'emploi des fonctions continues peut être simplifié, grâce aux notions que nous venons d'introduire. En effet, on ne peut parler d'utilité moyenne ni collective; au contraire, on peut très bien se figurer des lignes d'indif-

Digitized by Google

qui sont la force qui les pousse à agir. Mais cette action est soumise à certaines conditions, qu'on peut considérer comme les liaisons du système dont nous étudions l'équilibre. Il est en général facile de les exprimer par une relation mathématique.

V. Pareto [1] distingue deux catégories de liaisons : les unes, connues depuis longtemps, nous donnent des relations entre les grandeurs économiques, rela-

---

férence collectives. Supposons un certain nombre de personnes, ayant des goûts très rapprochés; construisons comme plus haut des lignes (ou en général des variétés) d'indifférence, en y portant toutes les combinaisons pour lesquelles aucune préférence ne se fait jour au sein du groupe; attribuons, de même qu'auparavant, un indice à chacune d'elles.

En divisant les quantités par le nombre de personnes, nous obtiendrons les fonctions d'indifférence d'un être moyen ; tous les individus du groupe se ressemblant par hypothèse, les goûts de cet être moyen ne diffèrent pas trop de ceux d'un quelconque de ces individus; les actions individuelles qui en seront les conséquences pourront présenter certains écarts en plus ou en moins (à cause de la discontinuité); mais si nous envisageons le groupe entier, ces écarts se compenseront très probablement. Il s'ensuit que nous pouvons remplacer les individus réels par des êtres dont les sentiments et les actions obéissent rigoureusement à la loi de continuité, car les résultats de leurs actions sont sensiblement égaux, si l'on envisage les phénomènes d'ensemble.

[1] *Manuel*, pp. 175-176; *Economie mathématique*, pp. 601, 620 et 623.

Digitized by Google

tions devant être satisfaites, soit d'une façon permanente, soit au point d'équilibre ; les autres déterminent la voie qu'on doit suivre pour passer d'un état économique à un autre ; celles-là n'ont été envisagées d'une façon systématique que par Pareto lui-même. La considération des différentes voies à suivre (par exemple : prix constants pour toutes les portions successives ou variables d'une certaine façon) est cependant très importante pour une théorie générale des phénomènes économiques.

4. Equilibre dans le cas de l'économie individuelle Remarques sur la valeur économique des formules

Supposons que nous voulons déterminer les quantités de deux marchandises auxquelles s'arrêtera l'individu qui a le choix entre plusieurs combinaisons. Ces dernières nous sont données par l'équation

$$(11) \qquad f(x,y) = 0$$

qui représente le chemin qu'il peut suivre ; autrement dit, nous avons là la liaison qui existe entre ces quantités, liaison qui dépend des conditions dans lesquelles se trouve l'individu. Les indices (d'ophélimité) nous sont donnés par l'équation (3) $I = \varphi(x, y)$; admettons qu'ils soient croissants le long du chemin à partir du point x_0, y_0. L'individu va donc se mouvoir le long du chemin tant que celui-ci n'est pas

Digitized by Google

tangent à une ligne de niveau de la surface (3). A ce moment, en effet, les indices du point voisin étant égaux à ceux du point où il se trouve, il n'a aucune raison de changer de place. Un raisonnement facile nous montre qu'à ce point doit avoir lieu la relation

$$(12) \qquad f_x \cdot \varphi_y - f_y \cdot \varphi_x = 0$$

avec l'équation de la liaison, c'est-à-dire (11), nous avons deux équations pour déterminer deux inconnues.

Si, au lieu de deux, l'individu a à choisir entre m produits, les obstacles nous sont donnés par une équation analogue à (11)

$$(13) \qquad f(x, y, z, \ldots\ldots) = 0.$$

De la manière dont nous avons défini les fonctions indices élémentaires [voir page 148, équations (8) et (9)], il est évident que nous avons

$$\frac{\delta x}{\delta y} = -\frac{\varphi_y}{\varphi_x} \quad ; \quad \frac{\delta x}{\delta z} = -\frac{\varphi_z}{\varphi_x} \text{ ; etc.}$$

Dans l'équation (13) toutes les variables sauf une sont indépendantes. Nous pouvons écrire par suite

$$f_x \cdot \frac{\delta x}{\delta y} + f_y = 0 \quad ; \quad f_x \cdot \frac{\delta x}{\delta z} + f_z = 0, \text{ etc.}$$

Dans ce cas, également, l'individu va se mouvoir tant que les rapports $\frac{\delta x}{\delta y}$, etc... ne sont pas égaux à ceux qui ont lieu à un point d'une variété d'indiffé-

Digitized by Google

rence. En combinant les deux groupes d'équations précédents nous aurons :

$$(14) \quad \varphi_x = \frac{f_x}{f_y} \cdot \varphi_y = \frac{f_x}{f_z} \cdot \varphi_z = \ldots \ldots \frac{f_x}{f_v} \cdot \varphi_v .$$

Avec l'équation (13) elles nous donnent un système de m équations pour déterminer autant d'inconnues.

(Les symboles f_x, f_y, φ_x, etc., désignent, comme il est facile de voir, les dérivées des fonctions correspondantes par rapport à x, y, ...).

Il est essentiel de remarquer que c'est dans l'ensemble des équations (13) et (14), et non seulement de (14), que consiste le théorème sur l'équilibre individuel [1].

Les équations (13) et (14) donnent la formule la plus générale du phénomène et contiennent comme cas particulier les formules de Jevons, Walras, etc... Ces dernières s'en déduiraient en donnant aux rapports

$$\frac{f_x}{f_y}, \frac{f_x}{f_z} \ldots \ldots$$

la signification des prix de x en y, de x en z. Nous

---

[1] Si nous considérons que l'individu cherche à obtenir une combinaison qui possède un indice d'ophélimité (ou en général une fonction indice) aussi grand que possible, les relations (13, 14) pourront être facilement obtenues par la règle du maximum relatif. (Pour être sûr qu'il s'agit d'un maximum, et non d'un minimum, il faudrait savoir encore que les fonctions φ_x, φ_y sont décroissantes.)

Digitized by Google

pouvons d'ailleurs généraliser la notion du prix et poser toujours $p_y = \frac{f_y}{f_x}, p_z = \frac{f_z}{f_x}$, etc.

***

Nous avons obtenu la solution mathématique générale du problème de l'équilibre dans le cas d'économie individuelle. Nous nous arrêterons maintenant pour examiner sa valeur économique ; nous en profiterons pour faire quelques remarques sur la valeur des solutions mathématiques dans l'économie en général.

Les formules nous disent d'abord que le résultat (notamment les quantités des biens économiques que choisit l'individu) est déterminé d'une façon univoque par les conditions que nous supposons devant être remplies. Dans le cas que nous considérons, cette circonstance est tellement évidente, qu'elle n'a pas besoin d'une démonstration mathématique, mais dans les questions plus compliquées que nous aborderons dans la suite il n'en sera pas de même, et la possibilité d'affirmer toujours que le problème est déterminé, et dans quelles conditions il l'est, doit être considérée comme un avantage très sérieux de l'application de l'analyse [1].

---

[1] Il faut, pourtant, se mettre en garde contre un malentendu possible : la circonstance que le problème est déter-

Digitized by Google

Malgré cela il nous semble que la valeur des formules économiques doit être cherchée dans leur contenu, plutôt que dans les questions de forme. A ce point de vue les formules semblent offrir deux avantages sur le simple énoncé verbal de la condition de l'équilibre [1].

1° Elles énoncent les conditions qui doivent être remplies pour que la condition fondamentale, primitive, le soit également; 2° elles constituent un développement du point de départ et sont susceptibles de servir à des déductions ultérieures.

Examinons ceci de plus près :

Les formules (11, 12) ou (13, 14) précisent, nous l'avons dit, les conditions de l'équilibre. Elles énoncent d'une façon explicite ce que la condition générale ne contenait qu'implicitement. Elles constituent donc une généralisation des relations qui ont lieu au

---

miné par certaines conditions ne nous renseigne pas du tout sur l'exactitude de ces conditions elles-mêmes.

[1] Celui-ci, d'ailleurs, serait très vague. En se mettant rigoureusement au point de vue de la théorie du choix, on pourrait dire seulement que chacun, étant données les conditions dans lesquelles il peut obtenir les différents produits, détermine leurs quantités de la façon qui lui convient le mieux. Toutes les précisions ne peuvent être obtenues qu'en faisant une supposition quelconque sur le principe qui guide les choix : c'est ce qu'a fait la théorie de l'utilité limite qui, comme nous l'avons vu, peut au besoin se passer des mathématiques.

Digitized by Google

moment où l'équilibre (individuel dans ce cas) est atteint. C'est là leur valeur scientifique. Pour l'apprécier il nous faut nous demander : 1° si, dans cet ordre d'idées, elles énoncent toutes les relations ; 2° si elles sont susceptibles de développement.

Prenons, pour comparer, un exemple emprunté à la mécanique, le même que cite M. Pareto. Supposons un point pesant qui se trouve sur une surface concave et orientée en bas, dont la formule est : $I = \varphi(x, y)$, I désignant la hauteur au-dessous du plan horizontal ; le point peut suivre un chemin dont la projection sur le plan est définie par l'équation $f(x, y) = 0$. Des équations identiques à (11) et (12) déterminent alors le point d'équilibre. Ce que nous savions tout d'abord, c'est qu'en vertu de la loi de pesanteur le point dont il s'agit tend à descendre tant que son chemin n'est pas tangent à une ligne de niveau; les deux équations précisent cette condition : elles donnent une formule générale des faits (de position) qui ont lieu au moment de l'équilibre ; mais là est la fin des généralisations que nous pouvons atteindre en partant des prémisses ci-dessus : la surface et le chemin pouvant être quelconques, les seules conditions qui doivent être invariablement remplies sont pleinement caractérisées par les équations (11, 12). Il n'en est pas nécessairement de même de l'équilibre économique. Les fonctions $I = \varphi(x, y, z \ldots)$ et $f(x, y, z \ldots) = 0$ ne sont pas quelconques : elles sont

Digitized by Google

déterminées par les conditions psychologiques, techniques, sociales de l'activité économique. Elles peuvent donc posséder certains caractères généraux, qui, s'ils étaient mis sous une forme explicite, nous feraient voir qu'il existe encore d'autres relations entre les grandeurs étudiées. Ainsi, par exemple, de ce que φ_x et φ_y sont toujours positives, il s'ensuit que f_x et f_y doivent toujours être du même signe.

Nous avons jusqu'à présent très peu de renseignements sur les caractères généraux des fonctions telles que (3) et (12). Seule l'expérience peut nous l'apprendre, mais les observations nécessaires seraient particulièrement difficiles. Pour le moment il nous est impossible d'affirmer que les équations (13-14) généralisent toutes les relations qui ont lieu au moment de l'équilibre individuel. De toute façon elles présentent des propositions plus générales que celles qu'on pourrait obtenir sans faire usage des mathématiques.

Mais la valeur scientifique d'une proposition ne se mesure pas exclusivement à sa généralité : il faut encore qu'elle puisse servir à déduire des propositions partielles, applicables à certaines catégories de faits. C'est ainsi que dans le cas qui nous préoccupe nous pourrions nous demander si certaines relations particulières ne caractérisent pas le point d'équilibre, suivant que les biens économiques appartiennent à telle ou autre classe (par exemple, biens indépendants, complémentaires, concurrents, etc...; biens de

Digitized by Google

luxe, de première nécessité, etc...; biens de consommation constante ou élastique, etc..., etc...), suivant qu'on peut les transformer les uns en les autres, de telle ou telle façon (échange, production, prix constants ou variables, etc.).

Théoriquement, à chacune de ces catégories doivent correspondre certaines propriétés additionnelles des fonctions, ou en général des relations fondamentales. En précisant ces propriétés additionnelles et en tenant compte dans l'établissement des équations telles que (13) et (14), nous pourrions obtenir de nouvelles relations, valables pour la catégorie de faits que nous considérons [1]. Or, nous rencontrons dans la tâche de préciser les caractères particuliers des fonctions, les mêmes difficultés que plus haut ; dans bien des cas elle est absolument impossible dans l'état actuel de la science ; dans d'autres elle n'est qu'à peine commencée. Aussi, n'est-ce qu'exceptionnellement qu'on peut descendre des formules générales aux propositions applicables à des catégories particulières. La difficulté dont nous parlons est d'autant plus regrettable, que ce sont ces propositions de portée limitée qui ont jusqu'à présent cons-

---

[1] Nous disons : nous pourrions, car les propriétés additionnelles de la fonction pourraient également ne pas déterminer de relations particulières ayant lieu au moment de l'équilibre.

Digitized by Google

titué le contenu de la science ; aussi, les déductions mathématiques ne pourront pas toujours être comparées aux théorèmes obtenus par d'autres moyens de raisonnement, ni servir à juger la valeur de ces derniers.

Mais toutes les fois que nous pouvons déduire les conséquences de la formule générale en précisant les caractères d'une relation mathématique qui en fait partie, l'avantage scientifique est très grand, même si les conséquences ainsi obtenues n'étaient pas totalement inconnues jusqu'alors. On parvient à les rattacher à des propositions plus générales, ce qui est un des principaux objets de toute science; on leur donne une démonstration plus rigoureuse, ce qui également n'est pas à dédaigner. Mais l'avantage, peut-être le plus important, est celui-ci : en sachant de quelle manière ces propositions ont été obtenues, quelles propriétés ont été attribuées pour cela aux fonctions, ou en général aux relations de la formule fondamentale, nous parvenons à nous rendre compte du degré de généralité des règles que nous énonçons et des conditions dans lesquelles elles sont exactes. Ce problème très important ne semble pouvoir être résolu qu'avec l'aide des mathématiques, car elles seules sont en état d'opérer avec le grand nombre de conditions que suppose l'équilibre économique.

Les raisonnements précédents nous indiquent, entre autres, ce qu'il faut penser du reproche fait quel-

Digitized by Google

quefois à l'économie mathématique, de se servir de grandeurs et, en général, de notions n'ayant qu'un lointain rapport avec celles qui intéressent l'économiste. Toutes ces notions sont cependant déduites de la réalité; seulement, il est évident que dans les formules les plus générales elles doivent être très abstraites et, comme il ne nous est pas toujours possible de passer des formules très générales aux propositions plus limitées, ces notions restent abstraites; c'est certainement une lacune qui tient, d'ailleurs, surtout à la limitation de nos connaissances, mais ce n'est pas un vice inhérent à la méthode mathématique [1].

***

Quelle est maintenant la place du théorème de l'équilibre individuel et de ses conséquences éventuelles dans l'ensemble de l'étude que l'économie politique consacre à ce sujet ? Une étude complète, même théorique, de ce genre doit se composer nécessairement de deux parties :

1° Examiner quels sont les principaux groupes de phénomènes qui caractérisent, dans les différents

---

[1] Toutes les remarques précédentes ne s'appliquent que dans une faible mesure au cas de l'équilibre individuel que nous venons d'étudier ; nous les avons cependant résumées à cette place, car nous aurons souvent à nous y rapporter dans la suite.

Digitized by Google

cas, les goûts de l'individu et les liaisons auxquelles est soumise son action;

2° Examiner les conséquences qui en découlent pour la détermination de l'équilibre.

Il est évident que, même dans son état le plus parfait, la théorie de l'équilibre ne saurait nous répondre qu'à la deuxième question. Cette circonstance se répétera également dans les autres cas, que nous aurons à examiner. Partout les éléments du problème devront être donnés à la théorie de l'équilibre; la question de leur existence et de leur correspondance avec les faits, etc., résolue en dehors de cette théorie. Mais une fois en possession de ces éléments, elle nous permettra, mieux qu'une autre, d'en déterminer les conséquences.

La valeur scientifique d'une proposition dépend encore de la possibilité de l'employer dans des raisonnements ultérieurs. Nous verrons, en parlant des lois d'offre et de demande et de l'équilibre général, combien les formules (13 — 14) sont à ce point de vue supérieures au simple énoncé verbal, tel qu'il nous a été donné, par exemple, par la théorie de l'utilité limite.

5. Propriétés des fonctions-indices

Nous avons dit que fort peu nous est connu jusqu'à présent sur les caractères des fonctions qui

Digitized by Google

entrent dans les formules économiques. Nous tâcherons ici de résumer ce que nous savons là-dessus.

D'abord, en ce qui concerne les fonctions indices de la forme $I = \varphi(x, y, z)$ nous avons, grâce à l'expérience [1], les relations

$$(15) \qquad \varphi_x > 0 \quad ; \quad \varphi_y > 0 \quad ; \quad \varphi_z > 0 \qquad [2]$$

Pour trouver les autres propriétés des fonctions, il nous est commode de considérer les lignes d'indifférence. Une quelconque d'entre elles a pour équation, dans le cas de deux biens,

$$\varphi(x, y) = 0.$$

L'expérience nous montre que l'augmentation de l'un des biens doit être compensée par la diminution de l'autre, il s'ensuit que :

$$(16) \qquad \frac{dy}{dx} < 0 \qquad [3]$$

---

[1] Comparez, p. 153.

[2] Comme nous avons supposé que x, y, z figurent les quantités étant à la disposition de l'individu, nous pouvons admettre que les relations (15) sont absolument générales. S'il s'agissait de quantités qui, pour une raison quelconque, *doivent* être consommées, nous pourrions avoir $\varphi_x \leqq 0$, etc. Les mathématiques peuvent donc parfaitement considérer ce cas, comme l'ont fait d'ailleurs MM. Auspitz et Lieben et d'autres. Il ne semble cependant pas qu'il y ait un intérêt scientifique à le faire.

[3] Cette propriété pourrait être déduite également du premier caractère des indices; nous avons en effet pour une ligne d'indifférence $dy/dx = -\varphi_x/\varphi_y$. Nous pourrons inver-

Digitized by Google

En général, le long d'une ligne d'indifférence, à mesure que x augmente, il faut une quantité de plus en plus grande du bien correspondant pour compenser une diminution de y

$$\frac{d^2y}{dx^2} > 0$$

(l'expression négative $\frac{dy}{dx}$ augmente, c'est-à-dire que sa grandeur absolue diminue à mesure que x augmente).

Si nous comparons deux lignes d'indifférence voisines et appelons δ_x la variation de $\frac{dy}{dx}$ parallèlement à x, δ_x la même variation parallèlement à y, nous avons :

$$(17) \qquad \delta_x \frac{dy}{dx} > 0 \quad ; \quad \delta_y \frac{dy}{dx} < 0$$

C'est-à-dire, si nous passons à une ligne voisine à un point où la quantité de x est plus grande, et celle de y n'a pas changé, le rapport négatif $\frac{dy}{dx}$ augmente (le rapport absolu diminue).

L'inégalité (17) n'a pas une portée universelle, il y a au moins un cas où elle n'est pas vérifiée, c'est

---

sement déduire de l'inégalité (16), que φ_x et φ_y doivent être du même signe. A notre avis, il est préférable de prendre toutes ces relations de l'expérience, qui les donne immédiatement.

Digitized by Google

celui où il s'agirait de deux biens concurrents, dont l'un est supérieur à l'autre (de deux biens qui peuvent satisfaire le même besoin, celui qui le fait mieux que l'autre est appelé supérieur).

Les inégalités (17) sont équivalentes aux suivantes:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\frac{\varphi_x}{\varphi_y} > 0 \quad ; \quad -\frac{\partial}{\partial y}\frac{\varphi_x}{\varphi_y} < 0$$

qui développées (suivant la règle de dérivation du quotient) nous donnent :

$$(18) \qquad \begin{array}{l} \varphi_{xx}\cdot\varphi_y - \varphi_{xy}\cdot\varphi_x < 0 \\ \varphi_{yy}\cdot\varphi_x - \varphi_{xy}\cdot\varphi_y < 0 \end{array}$$

où $\varphi_{xx}, \varphi_{yy}, \varphi_{xy}$, etc. désignent les deuxièmes dérivées par rapport à x, à y, à x et y, etc.

Nous en tirons dans le cas où $\varphi_{xy} = 0$

$$(19) \qquad \varphi_{xx} < 0 \; ; \; \varphi_{yy} < 0.$$

C'est le deuxième caractère des indices, la relation fondamentale qui correspond au postulat de la décroissance du plaisir (utilité, ophélimité). Les théoriciens de l'utilité finale la supposaient remplie toujours; dans les derniers ouvrages on a mis en doute cette universalité; le calcul ne nous renseigne que sur le cas particulier, très important d'ailleurs, où les indices élémentaires (l'ophélimité élémentaire) d'un bien ne dépendent que de la quantité de ce bien, c'est-à-dire le cas des consommations indépendantes; on pourrait y ajouter celui des biens concurrents (pour lesquels $\varphi_{xy} < 0$) toutes les fois que les rela-

Digitized by Google

tions (17) sont remplies pour cette catégorie. Le raisonnement psychologique, dans le cas où nous supposons que la tendance à l'ophélimité est le seul motif des actions économiques, est au fond également impuissant à nous donner une démonstration générale, quant à l'expérience: nous ne connaissons pas les grandeurs φ_x, φ_y, etc., dérivées de $\varphi\ (x, y, z...)$, mais seulement leurs rapports. Si nous pouvions constater que le rapport φ_x/φ_y diminue avec l'augmentation de x, toutes les fois que nous pouvons supposer φ_y à peu près constante, nous pourrions en inférer que la relation $\varphi_{xx} < 0$ est universelle. Les observations, plus ou moins approximatives, confirment que cela a lieu dans la plupart des cas, mais elles enregistrent également des exceptions. Celles-là doivent être en grande partie attribuées à l'accroissement discontinue de nos consommations, à la nécessité (surtout dans le cas de biens complémentaires) de disposer d'une quantité finie, quelquefois assez grande, du produit considéré pour obtenir l'effet utile qu'on désire. Ces exceptions sont d'ailleurs toujours confinées à une certaine région, pour tous les biens et dans tous leurs usages il vient un moment où l'on a $\varphi_{xx} < 0$.

La classification des biens économiques, d'après leurs relations dans la consommation, peut être effectuée très facilement avec l'aide des symboles mathématiques. Les biens indépendants, ceux dont

Digitized by Google

l'utilité n'est pas du tout influencée par les autres consommations, sont caractérisées par

$$\varphi_{xy} = 0.$$

Les biens complémentaires, devant être consommés dans une certaine combinaison pour produire leur effet utile, nous donnent

$$\varphi_{xy} > 0.$$

Enfin pour les biens concurrents nous avons

$$\varphi_{xy} < 0.$$

L'existence de la dépendance que définissent ces inégalités a été connue depuis longtemps, dans ses cas les plus typiques. Menger et l'école autrichienne l'ont longuement étudiée. Les mathématiques, en nous permettant de considérer les grandeurs φ_x, φ_y comme fonctions des quantités de nombreuses marchandises, élargissent et généralisent ces notions de dépendance. Grâce à elles nous pouvons envisager sans difficulté des cas plus compliqués, qui ne se rangent pas dans les catégories citées plus haut, par exemple des produits pour lesquels nous avons, suivant les cas :

$$\varphi_{xy} > 0 \text{ ou } \varphi_{xy} < 0$$

ces produits ne sont pas exceptionnels; on pourrait en citer pas mal dans la consommation journalière de chacun; le cas le plus important est celui des facteurs de production qui, dans certaines limites, se remplacent mutuellement, mais en général ont besoin de coopérer pour donner un résultat utile.

Digitized by Google

Pour bien comprendre des cas de ce genre, il est indispensable d'envisager la dépendance mutuelle de tous les éléments du système.

Le principal avantage de l'emploi des symboles dans les cas précédents a été, jusqu'à présent, de nous donner un système simple et commode de notations; on peut s'en convaincre en comparant les formules ci-dessus avec les énoncés verbaux des mêmes relations. Aussi, a-t-on cru bon de les adopter, même dans des ouvrages très peu mathématiques. Mais il est certain que l'application de l'analyse ne se justifierait pas, si elle n'avait à enregistrer que des mérites de ce genre. Dans les travaux les plus récents, on commence de plus en plus à développer ces formules élémentaires.

*
* *

L'équation (13) $f(x, y, z, ...) = 0$ nous donne le chemin que l'individu doit suivre, on pourrait dire aussi : l'ensemble des obstacles qu'il doit vaincre, ou encore : l'ensemble des liaisons auxquelles sont soumises les quantités des biens économiques. Ces obstacles ou liaisons consistent dans les différentes conditions naturelles ou sociales imposées à l'activité humaine ; elles sont innombrables, mais si nous ne considérons que l'individu, elles lui apparaissent d'une façon très simple, sous la forme de la néces-

Digitized by Google

sité de donner, d'après une règle indépendante de sa volonté, des quantités de travail ou de certains produits possédés (en général de certains biens économiques) pour acquérir certains autres. Si nous donnons en général le nom de prix [1] aux relations

$$\frac{f_y}{f_x}, \quad \frac{f_z}{f_x},$$

nous pourrons distinguer deux formes principales de l'équation (13) :

1° Les prix sont constants pour les portions successives; l'équation a alors la forme :

$$x + yp_y + zp_z + \ldots\ldots = C$$

ou encore, en désignant par x_0, y_0, z_0, ... les quantités initiales de chaque bien économique

$$(20) \qquad x - x_0 + p_y(y - y_0) + p_z(z - z_0) + \ldots\ldots = 0$$

c'est l'équation du bilan des recettes et des dépenses

---

[1] Théoriquement, nous pourrions envisager les prix de toutes les marchandises les unes en les autres, mais il est évidemment beaucoup plus commode, et en même temps conforme à la réalité, de comparer toutes les marchandises à une seule qui sert de commune mesure des valeurs (dans le sens d'équivalences), autrement dit de numéraire.

Quand nous parlerons des prix p_y, p_z, il faudra sous-entendre toujours qu'ils sont exprimés en une seule marchandise que nous désignerons suivant les cas par x ou par a. La marchandise dont il s'agit peut être ou non monnaie, c'est-à-dire servir d'intermédiaire aux échanges et les garantir (Comparez sect. 2, p. 134 et chap. v, sect. 6).

Digitized by Google

de l'individu, dans le cas des prix constants. Presque toutes les études sur l'équilibre de l'échange se limitent à ce cas, c'est pourquoi l'équation (20) a pour nous une grande importance. Si nous supposons les coefficients de production [1] également constants, nous aurons des équations analogues pour la production. C'est le cas considéré par Léon Walras;

2° Les prix peuvent dépendre des quantités échangées $x, y, z, \ldots$ Dans ce cas, nous n'avons en général comme équation du bilan qu'une équation différentielle

$$(21) \qquad dx + dy\, p_y + dz\, p_z + \ldots\ldots = 0$$

Si elle est intégrable (ce qui a toujours lieu quand p_y ne dépend que de y, p_z que de z, ..), nous avons, quel que soit l'ordre des opérations économiques, une équation

$$f(x, y, z, \ldots) = 0$$

Si elle n'est pas intégrable, nous n'avons une équation de ce genre qu'autant que nous avons fixé l'ordre des transactions.

Ici encore les différentes formes des relations mathématiques correspondent bien à la classification économique.

---

[1] Voir chap. v, sect. 2.

Digitized by Google

6. Lois de l'offre et de la demande individuelles

Le problème des lois de l'offre et de la demande se présente de la façon suivante : Supposons un individu dont les goûts (fonctions indices des choix) nous sont connus, ainsi que l'équation qui donne le bilan de ses recettes et dépenses; étant donnés les prix des marchandises, quel sera l'effet d'un changement d'un de ces prix sur les quantités offertes ou demandées par l'individu considéré ? Deux points sollicitent l'attention :

1° Il s'agit des quantités offertes ou demandées effectivement à tel prix, notion absolument définie; 2° nous considérons non seulement l'offre et la demande de la marchandise dont le prix change, mais aussi celle des autres, car toutes sont, en général, fonctions de tous les prix. Seule la méthode mathématique permet de traiter ce problème dans toute sa généralité, c'est-à-dire tout à fait correctement. Tous les ouvrages mathématiques ne l'ont pas fait, d'ailleurs, ce qui n'est pas pour surprendre. Nous avons vu que ce n'est que graduellement que les économistes mathématiciens prenaient conscience de la puissance de l'instrument qu'ils avaient entre les mains; les premières écoles étaient entièrement dominées par une conception générale appropriée au point de vue non mathématique; la représenta-

Digitized by Google

tion géométrique, également, dont se sont servi de nombreux auteurs, ne permettait que difficilement d'envisager les fonctions de plusieurs variables.

Walras, le premier, a très correctement conçu la dépendance existante; il a démontré, entre autres, que dans le cas de deux produits déjà, la quantité offerte peut, à partir d'un certain point, diminuer avec une augmentation du prix; ce résultat a provoqué des objections, mais il n'est plus sérieusement contesté aujourd'hui [1]. Quoique ayant démontré la relation générale qui existe entre les fonctions d'utilité et celles de la demande et de l'offre, il n'a pas essayé d'étudier leurs relations de plus près.

Cette tentative a été faite, par contre, par Launhardt [2] et MM. Auspitz et Lieben [3] qui n'envisageaient l'offre et la demande qu'en fonction du seul prix de la marchandise considérée.

Launhardt s'est attaché surtout à déduire les con-

---

(1) Remarquons que la possibilité d'une courbe décroissante de l'offre et sa conséquence éventuelle — plusieurs intersections entre les courbes d'offre et de demande avaient été connues vers la même époque, indépendamment de Walras, par le professeur A. Marshall, qui les a consignées dans son mémoire *The pure theory of foreign trade* (Voir plus bas, chap. VII).

(2) *Matematische Begründung der Volkswirtschaftslehre*, Leipzig, 1885.

(3) *Untersuchungen über die Theorie des Preises*, Leipzig, 1889.

Digitized by Google

séquences d'une forme particulière de la fonction d'utilité $[f(x) = ax - a'x^2]$; cette manière de procéder ne peut donner des résultats intéressants que si l'on démontre que dans beaucoup de cas réels la fonction d'utilité s'approche de la forme considérée; ce n'est malheureusement pas le cas de l'hypothèse de Launhardt.

Auspitz et Lieben, grâce à une construction ingénieuse, mais qui ne correspond pas bien à la réalité, sont arrivés à présenter, pour le cas d'une valuation constante de l'argent, la courbe de demande comme dérivée de la courbe d'utilité et la courbe d'offre comme dérivée de celle du coût de production. Leur conception fut vivement critiquée par Walras; il est certain qu'elle n'est pas tout à fait correcte, et contient même des défauts assez graves si l'on envisage le cas général [1]. Dans certains cas particuliers elle est pourtant capable de rendre des services comme construction approximative.

On pourrait faire la même remarque à propos de la plupart des auteurs, dont quelques-uns très éminents, qui ont étudié cette question; ils ont presque toujours admis que la valuation du numéraire restait invariable, pour des petits changements de prix au moins (symboliquement $\frac{\partial m}{\partial p_y} = 0$); on peut démontrer

---

[1] Comparez chap. VII.

Digitized by Google

que cette admission, logiquement développée, nous conduit à des conséquences impossibles [1]; les résultats obtenus en la faisant ne peuvent donc pas être considérés comme tout à fait exacts.

Nous trouvons le problème des lois de l'offre et de la demande étudié dans son ensemble, sans simplifications artificielles, chez M. V. Pareto [2].

Nous ne pouvons pas reproduire ici tout son raisonnement, nous n'en donnerons que les prémisses et les résultats.

Nous rappelons que

$$\frac{f_y}{f_x} = p_y \quad ; \quad \frac{f_z}{f_x} = p_z,$$

Ces prix sont supposés constants, ce qui veut dire que toutes les portions successives d'un objet sont échangées dans le même rapport. Ce cas est, comme on l'a vu, caractérisé par l'équation (20). (Il est inutile de remarquer qu'il ne s'agit pas de prix fixes, ne pouvant pas changer du tout.)

En posant $\varphi_x = m$ (ce sera l'indice élémentaire de la marchandise numéraire) nous pouvons écrire les équations (14) de la façon suivante :

$$(22)\ \varphi_x = m \quad ; \quad \varphi_y = p_y . m \quad ; \quad \varphi_z = p_z . m \ ;$$

.....

(1) PARETO: *Manuel*, p. 585.

(2) *Manuel*, p. 579 et suivantes; les formules fondamentales ont été données par lui déjà en 1892, dans le *Giornale degli Economisti*.

Digitized by Google

avec l'équation (20) :

$$x - x_o + p_y (y - y_o) + p_z (z - z_o) + \ldots\ldots = 0,$$

nous avons le système qui détermine l'équilibre d'un individu; la solution de ce système nous donnerait les quantités $(x - x_o)$, $(y - y_o)$, etc... que cet individu offre ou demande aux prix p_y, p_z, etc. Si le prix p_y changeait en p_y', nous aurions un nouveau cas caractérisé par les mêmes équations où p_y est remplacé par p'_y ; leur solution nous donnerait une nouvelle série de valeurs $(x - x_o)$, etc., pour l'offre et la demande de l'individu.

Supposons que le prix augmente de dp_y. Cherchons la valeur des dérivées :

$$\frac{\partial m}{\partial p_y}, \quad \frac{\partial y}{\partial p_y}, \quad \frac{\partial z}{\partial p_y}$$

à la condition que les équations (20) et (22) soient identiquement satisfaites.

Nous obtenons comme résultats

$$\frac{\partial m}{\partial p_y} = - \frac{(y - y_o) R + m . M_{3 \cdot 1}}{M.}$$

$$\frac{\partial y}{\partial p_y} = \frac{-(y - y_o) + m \left(\frac{M. H_{2 \cdot 2}}{R. R_2} - \frac{M_{3 \cdot 1}}{R} \right)}{M} \cdot R_2$$

$$\frac{\partial z}{\partial p_y} = \frac{-(y - y_o) + m \left(\frac{M. H_{2 \cdot 3}}{R. R_3} - \frac{M_{3 \cdot 1}}{R} \right)}{M} \cdot R_3$$

Digitized by Google

où R représente le déterminant

$$R = \begin{vmatrix} \varphi_{xx} & \varphi_{xy} & \varphi_{xz} \cdots \\ \varphi_{xy} & \varphi_{yy} & \varphi_{yz} \cdots \\ \varphi_{xz} & \varphi_{yz} & \varphi_{zz} \cdots \\ \cdot\cdot & \cdot\cdot & \cdots\cdots \end{vmatrix}$$

R_1, R_2, R_3, ... les déterminants qui résulteraient de la substitution respectivement à la 1re, 2e colonne des valeurs $1 - p_y - p_z - \ldots\ldots$, etc., $H_{1.2}$ et en général $H_{i.n}$ le mineur obtenu en supprimant dans R l'élément de la *i-ième* ligne, *n-ième* colonne avec le signe qu'il doit avoir dans le développement de R ; M le déterminant :

$$M = \begin{vmatrix} 0 & 1 & p_y & p_z \cdots \\ 1 & \varphi_{xx} & \varphi_{xy} & \varphi_{xz} \cdots \\ p_y & \varphi_{xy} & \varphi_{yy} & \varphi_{yz} \cdots \\ p_z & \varphi_{xz} & \varphi_{yz} & \varphi_{zz} \cdots \\ \cdot\cdot & \cdot\cdot & \cdot\cdot & \cdots\cdots \end{vmatrix}$$

et $M_{i.n}$ — le mineur, obtenu de ce déterminant de la même façon que $H_{i.n}$ de R.

Nous voyons l'extrême complexité des formules de M. Pareto; de plus, il ne nous est possible d'affirmer rien de précis sur le caractère des dérivées $\frac{\partial m}{\partial p_y}, \frac{\partial y}{\partial p_y}$. Ceci correspond bien à la réalité économique qui, étant le résultat d'influences nombreuses et compliquées, ne peut que rarement présenter des relations simples. L'un des avantages des mathématiques consiste justement à nous montrer la complication là

Digitized by Google

où elle se trouve réellement ; en même temps cette méthode nous indique dans quelles conditions nous pouvons obtenir des relations plus simples. Ainsi, nous disons généralement que l'offre croît et la demande décroît avec une augmentation du prix ; énoncée d'une façon aussi absolue, cette proposition n'est pas exacte, ou, du moins, elle admet des exceptions qui peuvent même être assez nombreuses, si l'on considère un seul individu. En précisant certaines relations, nous obtenons des cas où cette proposition est rigoureusement exacte ; il semble superflu d'insister sur l'importance scientifique d'une pareille précision que seule l'application des mathématiques rend possible.

Malheureusement, ainsi que nous l'avons déjà expliqué, nous ne sommes pas actuellement en état d'épuiser toute la matière dans cet ordre d'idées, et il est douteux que nous puissions jamais le faire. Dans le cas qui nous préoccupe nous pouvons, jusqu'à un certain point, dire comment varieront l'offre et la demande, si nous attribuons tel ou autre caractère à certaines fonctions ; mais il nous est impossible d'exprimer, d'une façon générale, quand est-ce que cette variation a lieu dans la même direction (ou la direction inverse) que le prix. De plus, même dans la première opération, nous ne saurions indiquer quelle est l'importance relative du cas considéré. Ce sont là certainement de regrettables lacunes, et il est encore

Digitized by Google

difficile de dire dans quelle mesure elles pourront être comblées.

Voici quelques exemples de solutions obtenues en faisant certaines hypothèses complémentaires. Nous envisageons des biens économiques pour lesquels

$$\varphi_{xy} = 0 \quad ; \quad \varphi_{xz} = 0 \quad ; \quad \varphi_{yz} = 0, \text{ etc.} \quad (^1)$$

les formules prennent la forme simplifiée

$$\frac{\partial m}{\partial p_y} = -\frac{y - y_0 + \dfrac{\varphi_y}{\varphi_{yy}}}{T}$$

$$\frac{\partial y}{\partial p_y} = \frac{-(y - y_0)\, p_y + m\left(T - \dfrac{p_y^2}{\varphi_{yy}}\right)}{T \cdot \varphi_{yy}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial p_y} = \frac{\partial m}{\partial p_y} \cdot \frac{pz}{\varphi_{zz}}.$$

$$\text{où } T = \frac{M}{R} = \frac{1}{\varphi_{xx}} + \frac{p_y^2}{\varphi_{yy}} + \frac{p_z^2}{\varphi_{zz}}$$

Deux cas principaux se présentent :

1. Il s'agit d'une marchandise demandée, la diffé-

---

(1) Théoriquement, ce cas devrait être très rare, si l'on considère l'équilibre général; par contre, il peut avoir lieu, si nous étudions un cas d'équilibre partiel où, pour une période déterminée, nous pouvons faire abstraction d'un grand nombre de produits; son importance consiste surtout dans le fait que les relations déduites pour ce cas seront encore exactes si φ_{xy}, etc., sans être nulles, sont très petites, par rapport à φ_{xx}, φ_{yy}. Ceci ne semble plus être un cas exceptionnel.

Digitized by Google

rence $(y - y_0)$ est positive ; dans ce cas nous avons toujours $\frac{\partial y}{\partial p_y} < 0$, c'est-à-dire : la demande décroît quand le prix augmente. La dérivée $\frac{\partial m}{\partial p_y}$ a toujours le même signe que la dérivée $\frac{\partial [p_y . (y - y_0)]}{\partial p_y}$ qui, comme on le voit facilement, caractérise les variations de la dépense relative à la marchandise considérée (si $(y - y_0)$ est négative, ce seront les variations de la recette) ; la dérivée $\frac{\partial z}{\partial p_y}$ a, au contraire, toujours un signe différent de celui de $\frac{\partial m}{\partial p_y}$.

2. La marchandise est offerte : nous avons

$$(y - y_0) < 0,$$

il nous est impossible de préciser le signe du coefficient différentiel $\frac{\partial y}{\partial p_y}$; par contre $\frac{\partial m}{\partial p_y}$ est toujours négatif, et $\frac{\partial z}{\partial p_y}$ positif ; enfin nous avons toujours $\frac{\partial [p(y - y_0)]}{\partial p_y} > 0$; c'est-à-dire que l'augmentation du prix de la marchandise entraîne nécessairement une augmentation de la recette.

Les mêmes relations conservent en général leur valeur, si, au lieu de considérer exclusivement des produits de consommation indépendante, nous sup posons que plusieurs d'entre eux sont caractérisés par les inégalités

$$\varphi_{yz} > 0 \qquad \varphi_{z.y} > 0$$

Digitized by Google

mais si nous avions des produits pour lesquels

$$\varphi_{yz} < 0, \text{ etc.}$$

certaines d'entre elles pourraient être renversées ; nous pourrions par exemple avoir $\frac{\partial y}{\partial p_y} > 0$ quand y est demandée [1].

Quelle est la valeur d'une telle conclusion ? n'est-elle pas en contradiction flagrante avec les faits ? Il est facile d'imaginer des cas théoriques où la demande diminuerait à la suite d'une diminution de prix. La théorie doit donc être capable d'en tenir compte. Ont-ils lieu en réalité (et dans l'hypothèse statique) autrement que par exception ? Quelle peut être leur importance? Voici des questions, et on pourrait en poser bien d'autres, auxquelles la théorie ne nous répond pas. Dans cet exemple nous touchons, pour ainsi dire, du doigt la puissance et la faiblesse de l'économie mathématique. Nous avons la formule la plus générale, englobant jusqu'à des cas extrêmement rares, mais nous ne pouvons pas en passer aux cas particuliers, pas même distinguer ce qui est l'exception de ce qui est la règle.

***

Une question qui ne se confond pas avec la précédente (quoiqu'elles aient des points de contact)

---

[1] Comparez PARETO : *Economie mathématique*, p. 631.

Digitized by Google

est l'étude des relations générales entre les formes des fonctions indices et les formes des fonctions d'offre et demande. Telle ou autre propriété attribuée aux unes impose nécessairement des conditions aux autres; le calcul peut les déterminer dans une certaine mesure; nous n'entrerons pas dans le détail des études de ce genre, le lecteur en trouvera des exemples dans l'article de Pareto sur l'Economie mathématique [1]. Ces recherches, si elles se développent, pourront rendre à l'économie des services appréciables; l'expérience ne nous dit, en effet, que très peu de choses sur les propriétés des fonctions dont il s'agit; des observations systématiques qui seules pourraient nous renseigner sont presque impossibles; les calculs dont nous parlons pourraient nous permettre de vérifier les uns par les autres les résultats d'observations partielles et intermittentes. Il y a là pour l'économie mathématique un champ d'action très vaste et inexploré.

*
* *

En résumé, les mathématiques nous donnent le seul moyen d'étudier scientifiquement l'offre et la demande, à quelque point de vue que se fasse cette étude. Les résultats n'ont pas encore été importants,

---

[1] Voir pp. 594-595 et 614-620.

Digitized by Google

mais nous avons le droit d'espérer un progrès; tandis que sans le concours de l'analyse il nous serait à jamais impossible de saisir des rapports exacts. Les mathématiciens ont beaucoup erré et n'ont pas encore beaucoup réalisé : ils ont été, toutefois, les seuls qui ont étudié de près ce problème et qui ont obtenu des résultats précis.

Digitized by Google

LA THÉORIE DE L'ÉQUILIBRE ÉCONOMIQUE

(*Suite*)

---

1. Equilibre général en supposant constantes les quantités de produits et services consommables

Un certain nombre de possesseurs de plusieurs marchandises se rencontrent sur le marché, afin de les échanger les unes contre les autres. Etant données certaines conditions auxquelles est soumise la transaction, comment seront déterminés les prix et les quantités de chaque marchandise auxquels s'arrête (¹) chaque échangeur ? Voici, énoncé d'une

---

(¹) D'après la manière dont nous venons de formuler le problème, il pourrait sembler qu'il s'agit toujours d'une transaction particulière, indépendante de toute considération de temps. Ceci n'est pas exact; les quantités de biens économiques que retient chacun des échangeurs doivent

Digitized by Google

façon élémentaire, le problème de l'équilibre général.

Théoriquement, nous pourrions envisager successivement toutes les conditions auxquelles peut être soumis le système; mais il est évident que ceci n'est ni possible, ni utile. D'un côté, nous devons nous borner aux problèmes qui correspondent à des phénomènes concrets; de l'autre, l'économie pure ne peut s'occuper que des cas ayant une portée générale et assez simples et typiques pour pouvoir être soumis au raisonnement déductif.

La tâche de concilier ces deux exigences n'est pas aussi difficle qu'il pourrait sembler; les abstractions de l'économie pure sont, ou bien des simpli-

---

être envisagées relativement à la période de temps à laquelle sont rapportées les fonctions indices du choix (Comparez, p. 145). Quant à la transaction elle-même, elle peut être momentanée ou s'étendre à toute la période; dans ce cas, elle se compose matériellement d'une série d'opérations successives qui ne sont pas indépendantes et ne forment qu'un seul phénomène économique. Enfin, elle pourrait être particulière, accidentelle, ou bien se répéter régulièrement, périodiquement, tout en restant indépendante (ce qui a lieu si les quantités consommées pendant une période n'influent pas sur les fonctions indices de la période suivante). Dans ce dernier cas, si nous supposons encore que tous les éléments du problème se retrouvent sans changements au commencement de chaque période, les mêmes formules nous donnent les conditions de l'équilibre de toutes les transactions consécutives.

Digitized by Google

fications momentanées qui n'affectent pas le raisonnement et qu'il est facile de corriger ensuite, ou bien des tendances plus ou moins prononcées de la vie réelle.

Mais, après s'être assuré que le problème étudié correspond bien à un phénomène réel, la théorie de l'équilibre n'a pas à approfondir la nature ni l'importance de ce dernier, ni à rechercher dans quelles conditions psychologiques, historiques, sociales, etc... il est en général possible. Cette étude a certes une très grande importance; il y a même des savants qui veulent y voir la partie essentielle de notre science. Nous n'essaierons pas de discuter cette opinion, la question nous paraissant purement scholastique. Quelle que soit l'importance des études en question, il y en a d'autres en dehors d'elles qui doivent également être faites; la solution des problèmes qui appartiennent à la catégorie définie au début du chapitre est de ce nombre. Sans prétendre être l'économie politique tout entière, elle en constitue une partie indispensable.

*
* *

En considérant le cas de l'équilibre individuel, nous avons défini par une seule équation l'ensemble des liaisons du système. Dans le cas qui nous intéresse maintenant, nous ne pourrons pas procéder de

Digitized by Google

même. Les liaisons sont nombreuses, et il est évident qu'elles varient suivant les conditions générales du problème. Parmi ces dernières, quelques-unes apparaissent immédiatement sous la forme d'expressions mathématiques. Il en est ainsi, par exemple, de celles qui caractérisent les principales divisions du sujet. Nous pouvons envisager soit le problème de l'échange simple, quand nous supposons données les quantités des biens directement ophélimes (ou consommables, en donnant à ce mot son acception la plus large), soit celui de la production qui a lieu quand ces quantités sont tout d'abord indéterminées; mais nous avons, en revanche, celles des matières et services qui peuvent être transformés en produits consommables. Nous pourrions enfin considérer comme variables (inconnues) les quantités de certains services; c'est un cas particulier du problème de la production, très important au point de vue économique. Ces catégories épuisent l'ensemble des problèmes de l'équilibre économique, et chacune d'entre elles est caractérisée par une série de relations mathématiques.

De nombreuses simplifications et abstractions sont imposées par le caractère théorique du problème et les exigences du raisonnement déductif. Ainsi que le fait toujours l'économie pure, il nous faut considérer un marché parfait, c'est-à-dire des individus bien informés et absolument libres

Digitized by Google

d'agir [1]. Nous supposerons, pour commencer, une collectivité fermée ; nous admettrons que les procès économiques étudiés s'accomplissent entièrement à l'intérieur de la même période de temps (en réalité les différents procès ne commencent pas en même temps et sont d'une durée différente; par conséquent ils s'entrecroisent continuellement, mais ceci ne change rien aux lois de l'équilibre); tous les acheteurs et les vendeurs sont censés être dans des conditions identiques, nous faisons abstraction de toute perte ou frais que comporte l'échange, partant, des impôts, du coût de transport, etc... Certaines de ces circonstances peuvent d'ailleurs ultérieurement être prises en considération.

Ceci posé, si nous étudions le cas de l'échange proprement dit, nous avons une première liaison : les quantités de marchandises doivent rester invariables pendant la transaction Nous aurons donc pour chaque marchandise [2]

---

[1] Comparez Introduct., pp. 10-11, et chap. III, p. 102 ; dans le *Manuel d'économie politique* de V. Pareto; il y a comme une tentative de s'affranchir de la dernière restriction en considérant les « points d'arrêt ». Cette idée n'est d'ailleurs pas développée, et il est difficile de dire si elle peut être féconde au point de vue économique.

[2] $x_{1.0}$, $x_{2.0}$... désignent les quantités possédées avant l'échange par les individus (1), (2), ...; x_1, x_2 ... les mêmes après l'échange.

Digitized by Google

$$(23) \qquad x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots = x_{1\cdot 0} + x_{2\cdot 0} + \ldots\ldots$$

Nous avons ensuite des conditions qui déterminent les règles générales auxquelles est soumis le prix d'échange. En principe, les prix pourraient être constants, variables suivant certaines règles ou, enfin, variables d'une façon irrégulière. Seule la première hypothèse a une importance économique : en effet, sur un marché parfait, et si les quantités sont données, il ne peut y avoir, avec les usages régnant actuellement, qu'un prix pour une marchandise, et, quoique cette conséquence ne soit pas logiquement nécessaire, il nous est difficile de nous figurer l'échange à prix variables sur un marché parfait; par contre, ce cas a lieu sur un marché imparfait, là notamment où une partie des échangeurs ne découvre que tardivement ses positions. Il pourrait encore avoir lieu dans d'autres hypothèses. Dans ces cas, les prix variables d'après une certaine règle sont également possibles que des prix irréguliers, mais il est évident que la théorie ne pourra jamais envisager ces derniers. De toute façon, nous avons une deuxième liaison (du deuxième genre) qui détermine la forme de la relation :

$$-\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{f_x}{f_y} = p_y \quad ; \quad -\frac{\partial x}{\partial z} = p_z.$$

Enfin nous avons la condition qu'on ne peut acquérir des nouveaux biens qu'en donnant en

Digitized by Google

échange ceux qu'on possède dans une certaine proportion; elle s'exprime par les équations du bilan de chaque individu, qui sont, comme on sait, si les prix restent constants [1] :

$$x_1 - x_{1.0} + p_y (y_1 - y_{1.0}) + p_z (z_1 - z_{1.0}) + \ldots\ldots = 0$$

Telles sont les liaisons du problème et leur expression mathématique.

*
* *

Dans le cas de l'équilibre individuel, les conditions de l'échange (les prix) étaient données d'avance, et l'individu considéré n'avait qu'à déterminer les quantités, de manière à satisfaire le mieux possible ses goûts. Mais quand nous envisageons le phénomène entier, nous devons admettre que chaque échange partiel influence le prix, si minime que soit cette influence. Certaines personnes peuvent donc être tentées d'agir avec l'intention de changer les prix, d'une certaine manière.

Suivant qu'elles le feront ou non, nous distinguerons, d'après V. Pareto, deux types principaux

---

[1] Si les prix sont variables l'équation du bilan

$$dx + p_y\, dy + p_z\, dz + \ldots\ldots = 0$$

peut ne pas être intégrable (Comparez, p. 176). Dans ce cas, le bilan dépend de la voie par laquelle on arrive à l'équilibre.

Digitized by Google

d'actions économiques. Le premier, qui correspond à la libre concurrence, a lieu quand les échangeurs règlent leurs transactions de la facon la plus avantageuse pour eux *au prix donné ;* ils n'en influencent pas moins ce prix, mais involontairement. Les personnes qui agissent suivant le type II, qui correspond au monopole, déterminent au contraire leurs transactions en vue d'obtenir le prix qui leur convient le mieux. Au point de vue mathématique, la distinction est très nette : dans un cas on recherche le maximum d'ophélimité, ou en général de la fonction indice, en considérant l'équation (14) ou (20) comme donnée; dans l'autre, en supposant que les paramètres qu'elle renferme sont encore à déterminer.

Ce sont les deux types fondamentaux ; tous les autres [1] qu'on pourrait se figurer présentent toujours une combinaison de ces deux-là, ce sont toujours des actions ayant dans une certaine mesure la tendance à influencer les prix, mais ne pouvant la suivre jusqu'au bout ; ces cas doivent être, pour la plupart, attribués à des imperfections du marché, à des limitations de la liberté, etc... Ils ont une grande

---

[1] M. Pareto a considéré encore le type III qui se rapporte à une société collectiviste. Au point de vue de la théorie de l'équilibre ce n'est qu'un cas particulier du type II.

Digitized by Google

importance dans la vie réelle, mais on conçoit que la théorie s'intéresse surtout aux deux principaux ; les autres n'ont d'ailleurs pas pu, jusqu'à présent, être envisagés utilement. Il ne semble pas cependant que l'économie mathématique soit plus incapable de le faire que le raisonnement ordinaire ; c'est le contraire qui a des chances d'être vrai.

La plupart des auteurs considèrent pour commencer leur étude de l'échange (beaucoup ne sont pas allés plus loin) le cas de deux négociants troquant l'une contre l'autre deux marchandises. Ce cas est très rare en réalité; de plus, il est impossible de supposer, comme le font ces auteurs, que les échangeurs agissent d'après le type I. Aussi une telle étude n'a-t-elle qu'une valeur didactique, ou bien sert d'introduction aux cas plus compliqués. Loin de ne pas pouvoir considérer ces cas, l'analyse mathématique nous donne le seul moyen de les envisager dans toute leur complexité ; sans l'aide des symboles, en effet, on ne peut qu'énoncer vaguement les tendances de l'équilibre, mais non les formuler assez exactement pour pouvoir s'en servir dans les raisonnements ultérieurs.

Considérons d'abord le cas de la libre concurrence (type I). Certains prix p_y, p_z... etc... étant donnés, chaque individu cherche, comme nous l'avons vu, à régler ses échanges de façon à ce que soient satisfaites des équations telles que (13), (14). Cette der-

Digitized by Google

nière est représentée par une équation de la forme (20). (Les prix sont supposés constants.) Nous avons de plus la condition que les quantités des biens ne varient pas. Alors, au moment de l'équilibre les relations suivantes doivent avoir lieu [1] :

1° Les équations qui montrent que les goûts de chaque individu sont satisfaits

$$\text{(A)}\qquad \begin{aligned} &\varphi_{1.x} = \frac{1}{p_y}\cdot\varphi_{1.y} = \frac{1}{p_z}\cdot\varphi_{1.z} = \ldots\ldots \\ &\varphi_{2.x} = \frac{1}{p_y}\cdot\varphi_{2.y} = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\varphi_{3.x} = \frac{1}{p_y}\cdot\varphi_{3.y} = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

. . . . . .

si le nombre des produits est de m, le nombre des individus de n, nous avons en général $(m-1)n$ équations (A) ;

2° Les équations du bilan pour chaque individu :

$$\begin{aligned} &x_1 - x_{1.0} + p_y(y_1 - y_{1.0}) + p_z(z_1 - z_{1.0}) + \ldots\ldots = 0 \\ &x_2 - x_{2.0} + p_y(y_2 - y_{2.0}) + p_z(z_2 - z_{2.0}) + \ldots\ldots = 0 \end{aligned}$$

. . . . . .

soit n équations, que nous appellerons (B);

3° Les équations qui montrent que les quantités de chaque bien restent constantes :

---

[1] V. PARETO, *Manuel*, pp. 591 et suivantes.

Digitized by Google

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots = x_{1.0} + x_{2.0} + x_{3.0} + \ldots$$
$$y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots = y_{1.0} + y_{2.0} + y_{3.0} + \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

soit m équations (C).

Nous avons de cette manière $(m-1)\ n + m + n = (mn + m)$ équations pour déterminer les $m.n$ quantités (définitivement acquises par chacun) et les $(m-1)$ prix de $(m-1)$ marchandises dans la m-ième, soit $(mn + m - 1)$ inconnues. Il est facile de démontrer [1] qu'une des équations (B) et (C) est la conséquence de toutes les autres, elle doit par conséquent être retranchée. Il nous reste alors $(m + mn - 1)$ équations pour déterminer autant d'inconnues ; le problème est déterminé d'une façon univoque. Dans le cas compliqué que nous envisageons, on ne pourrait pas le faire *a priori,* sans l'aide du raisonnement mathématique : ce dernier a donc une importance considérable, en tant que procédé de démonstration exacte.

L'ensemble des équations (A), (B), (C) nous donne la solution du problème de l'équilibre dans le cas de l'échange simple. Si nous envisageons un marché parfait, cet équilibre se réaliserait complètement

---

[1] Notamment, en multipliant la deuxième des équations (C) c'est-à-dire $y_1 + y_2 + y_3 = y_{1.0} + y_{2.0} + y_{3.0} + \ldots\ldots$ par p_y la troisième par p_z , etc.; en les additionnant toutes nous obtenons la somme des équations (B).

Digitized by Google

après une série de tâtonnements ; il est facile de voir de quelle manière ceci se produirait : aux prix criés au hasard chacun établira sa demande (resp. son offre), de manière à ce que soient satisfaites les équations (A) et (B) ; mais il n'y a évidemment aucune raison pour que les (C) le soient également. Les échangeurs devront alors consentir une augmentation de prix pour les marchandises dont la demande dépasse la quantité existante, une diminution dans le cas contraire. Ces variations auront lieu jusqu'au moment où les équations (C) sont satisfaites en même temps que les (A) et (B).

Sur un marché ordinaire, les phénomènes ne se passent pas exactement comme cela. Une partie des contractants cachent aussi longtemps que possible leurs intentions, et ce n'est que quand des transactions définitives ont déjà eu lieu que celles-ci deviennent claires. Mais à mesure qu'on se rend mieux compte de la situation réelle, le phénomène concret s'approche de plus en plus du phénomène théorique — c'est ce que nous exprimons en disant que ce dernier nous donne les tendances réelles. Si nous supposons qu'il s'agit d'échangeurs qui se rencontrent souvent, porteurs toujours d'à peu près les mêmes quantités de produits, la solution théorique nous donne une image approximative du phénomène réel.

Ces considérations sont élémentaires, aussi n'allons-nous pas les reproduire en parlant du mono-

Digitized by Google

pole, de l'équilibre de la production, de la capitalisation, etc... Il sera donc entendu, une fois pour toutes, que la solution mathématique nous donne les relations qui auraient lieu, si l'état d'équilibre était complètement atteint ; cette condition ne pouvant être réalisée, nous n'avons que l'image des tendances économiques, d'autant plus prononcées que les phénomènes envisagés sont plus réguliers, se répétant souvent dans des conditions analogues. Ces tendances peuvent rencontrer sur leur chemin différentes difficultés que nous définirons comme la difficulté d'adaptation. La solution mathématique ne nous dit évidemment rien sur ce dernier élément, mais l'observation ou des raisonnements très faciles nous font connaître son importance dans chaque cas particulier. C'est ainsi que nous savons que l'adaptation de différents éléments exige des périodes de longueur différente, pendant lesquelles une partie de ces éléments peuvent être considérés comme constants : c'est ce qui nous autorise, par exemple, à envisager séparément le cas de l'échange, de la production, de la capitalisation, etc...

Il serait insensé de faire grief à l'économie mathématique de son impuissance de résoudre n'importe quelle question. Mais, d'un autre côté, il faut toujours avoir présent à la mémoire le vrai sens de chaque solution mathématique et ne pas lui demander autre chose que ce qu'elle peut nous donner.

Digitized by Google

*
* *

Ce n'est que pour plus de simplicité qu'on suppose implicitement, en établissant le système d'équations, que chaque individu consomme une certaine quantité de chaque marchandise. Il est facile d'introduire la correction nécessaire pour être d'accord avec les faits : toutes les fois qu'un individu ne prend pas du tout de marchandise V, nous n'avons pas pour lui l'équation $\varphi_{i.x} = \frac{1}{p_v} \cdot \varphi_{i.v}$; il y a donc une équation et une inconnue de moins. Le système reste toujours déterminé d'une façon univoque.

Mais l'équation de la forme $\varphi_{1.x} = \frac{1}{p_y} \cdot \varphi_{1.y}$ peut manquer, sans que pour cela l'individu (1) ne garde aucune quantité de y.

Deux cas principaux peuvent se présenter :

1° L'individu (1) agit selon le type II ; dans ce cas nous remplacerons facilement l'équation qui fait défaut, si nous savons le but que poursuit cet individu. Quel que soit ce but, nous pourrons toujours éliminer entre les $(mn + m - 2)$ équations qui nous restent $(mn + m - 3)$ inconnues et écrire

$$y_{1.0} - y_1 = f(p_y)$$

Si le monopoleur recherche le maximum de recette exprimée dans la marchandise x, nous obtiendrons

Digitized by Google

l'équation nécessaire, en annulant la dérivée par rapport à p_y du produit $p_y\ (y_{1\cdot 0} - y_1)$, soit

$$\frac{d\ [p_y \cdot f\ (p_y)]}{d\ p_y} = 0 \tag{24}$$

Cette équation est identique à la formule de Cournot (équation (1) du chap. II). La supériorité de la solution de Pareto consiste en ce qu'elle la rattache à l'ensemble du système. En effet, ce n'est pas l'équation (24) seule qui détermine le seul prix p_y, mais cette équation ensemble avec toutes les autres qui détermine tous les prix et toutes les quantités échangées.

Nous obtiendrons également une nouvelle équation, si nous supposons que le monopoleur fixe le prix de manière à s'assurer le maximum d'ophélimité.

2° L'individu (1) est un commerçant (ou un entrepreneur qui produit du y). Cet exemple a été souvent cité comme objection contre la théorie de l'utilité finale et pourrait l'être contre celle que nous analysons. Un négociant de cette catégorie n'offre pas, dit-on, sa marchandise à n'importe quel prix, comme il devrait résulter de l'absence de l'équation (A) correspondante. C'est exact, mais d'abord l'existence même de ce négociant ne s'explique bien que si l'on considère le phénomène de la production ; dans ce cas nous avons de nouvelles liaisons ; deuxièmement,

Digitized by Google

et si l'on veut traiter absolument ce cas dans le problème de l'échange, on peut se convaincre que, dans une période suffisamment longue, le négociant aura vendu autant qu'il a acheté ou produit, c'est-à-dire qu'il aura offert toute sa marchandise — il l'aurait fait au besoin à n'importe quel prix. De toute façon, dans ce cas, en même temps qu'on supprime une équation, il y a une inconnue qui disparaît.

Inversement, toutes les fois que nous nous donnons des inconnues, il nous faut supprimer autant d'équations. Si l'on fixait par exemple arbitrairement les $(m - 1)$ prix, il faudrait supprimer $(m - 1)$ équations (A) (ce sont les seules qui pourraient, à la rigueur, ne pas être satisfaites), ce qui revient à obliger un ou plusieurs individus à échanger les quantités qu'on leur impose et non celles qui leur conviennent. Comme ceci est en général impossible, les prix arbitrairement fixés ne sauraient être maintenus. La considération du système d'équations aboutit à la même loi qu'a tant de fois affirmée l'économie classique ; mais elle est mieux démontrée et rattachée à ces conditions.

Avant de poursuivre l'analyse de la solution mathématique que nous avons obtenue, il semble préférable d'exposer l'étude du cas beaucoup plus complet de l'équilibre de la production.

Ce nouveau problème se pose, comme nous l'avons déjà dit, quand nous considérons les quantités de

Digitized by Google

biens consommables, non plus comme données, mais comme variables ; alors il nous manque des équations, et il faut en chercher des nouvelles.

2. Equilibre de la production. Les liaisons du problème

La question de l'équilibre de l'échange a été presque entièrement résolue par Walras, car le cas des prix constants, qu'il a examiné, est jusqu'à présent le seul qui a été traité avec succès. Il n'en est pas de même pour le problème de la production. Walras n'a donné la solution que dans l'hypothèse des coefficients de production constants et en l'absence de frais généraux. Ce cas se rencontre rarement en réalité, l'étude faite dans ces conditions est, par suite, insuffisante. Le savant français n'en a pas moins donné la forme générale de la solution ; il est vrai qu'en la développant on se heurte à certaines difficultés. A ce propos il est même intéressant de remarquer que beaucoup d'auteurs qui ont développé pour le problème de l'échange des considérations analogues à celles de Walras ne l'ont pas suivi dans ses nouvelles études. Edgeworth a même explicitement émis l'opinion que le problème de la production ne saurait, vu sa complication, être traité utilement par un système d'équations simultanées.

Digitized by Google

C'est à V. Pareto que nous devons la solution générale que nous analysons [1].

Nous rappellerons très brièvement la terminologie de Walras, dérivée de celle de J.-B. Say, et que nous supposons connue du lecteur. Walras distingue les capitaux et les revenus ; les premiers survivent toujours à leur usage, les deuxièmes sont consommés en une fois ; les capitaux peuvent être : 1° naturels (les terres, etc...) ; 2° personnels — les personnes elles-mêmes [2] ; enfin, 3° mobiliers (c'est-à-dire tous les capitaux fabriqués) ; tous sont susceptibles de rendre des services, c'est-à-dire des prestations, utiles soit directement, soit indirectement — pouvant servir à la confection des produits. Chaque service exige une rémunération dont la hauteur se règle de la même manière que celle des prix. Les revenus se composent de matières premières et de services. La production de tous les produits se fait par l'intermédiaire des entrepreneurs qui achètent sur le marché les matières premières et les services des capitaux (c'est-à-dire, louent les capitaux) et payent leurs propriétaires en marchandises fabriquées.

Cette terminologie et la façon générale d'envisager

---

(1) *Manuel*, p. 605 et suivantes.

(2) Les différentes formes du travail sont, inutile de le dire, considérées comme services de ces capitaux personnels.

Digitized by Google

le phénomène ont été adoptées par les successeurs de Walras, et nous nous en servirons dans notre exposé, car elles sont très commodes. En faisant cela, nous n'avons nul besoin d'admettre en même temps la théorie du capital de Walras, qui ne semble pas pouvoir être défendue dans toutes ses parties. La définition du capital qu'il donne est manifestement insuffisante; on peut [1] l'élargir en comprenant sous ce nom toute chose qui, *comme valeur* (et non seulement matériellement), survit à son usage; nous ferons par exemple entrer dans cette catégorie tous les approvisionnements, etc...; leur service est de nous permettre un procès producteur d'une certaine durée, leur fonction économique est au fond la même que celle des machines, etc... La définition du service pourrait également donner lieu à certaines critiques : Walras n'a pas, selon nous, assez mis en lumière que cette notion doit nécessairement être rapportée à une certaine période de temps. Ces défauts des définitions influent peu sur la solution mathématique elle-même, mais peuvent affecter l'interprétation de ses résultats. Tant que nous ne considérons que l'équilibre de la production, la définition du capital n'a, en général, pas d'importance; nous pourrions même en faire entièrement abstraction et ne parler que de

---

[1] Comparez plus bas, sect. 5 du même chap.

Digitized by Google

services et matières premières. Mais il nous faudra revenir sur ce point quand nous parlerons de la capitalisation.

Supposons donc que pour produire des marchandises X, Y, etc..., il nous faut des matières premières et services protecteurs [1] A, B, C, etc... Nous supposerons dans ce qui suit que les quantités des marchandises produites, ainsi que celles des matières et services transformés, peuvent varier d'une façon continue [2], et nous définirons les coefficients de production de la manière suivante :

Dans des conditions techniques déterminées [3] nous aurons entre les quantités produites et transformées [4] les relations :

---

[1] Si A est une matière dont il faut avoir un approvisionnement pour commencer la production, nous devrions distinguer : la quantité a' qui entre matériellement dans une parcelle de X, et a'' le service du capital d'approvisionnement; pour ne pas compliquer les notations, nous ne ferons pas cette distinction dans la suite.

[2] Comparez, p. 97, chap. III, sect. 5.

[3] Les considérations purement techniques ne suffisent pas pour les déterminer; les considérations économiques y jouent un rôle prépondérant, ainsi que nous l'expliquerons plus bas (sect. 4).

[4] Dans les pages suivantes, nous désignerons toujours par A, B. C les quantités de matières ou services fournies aux entreprises et par A', B', C' les quantités transformées.

Digitized by Google

$$A' = F(x, y, ...), \quad B' = F'(x, y, ...),$$

alors les dérivées partielles :

$$a_x = \frac{\partial F}{\partial x} \quad , \quad a_y = \frac{\partial F}{\partial y} \quad , \quad b_x = \frac{\partial F'}{\partial x} ,$$

sont les coefficients de production [1].

Les différences (A — A'), (B — B'), etc. exprimeront, si elles ont lieu, les bénéfices des entrepreneurs.

Nous désignerons par les symboles A_0', B_0' les quantités de A, B, qui entrent dans les frais généraux, c'est-à-dire indépendamment des quantités x, y produites.

[1] Leur intégration, en supposant qu'elle soit possible, nous donnera les quantités transformées en fonction des quantités de marchandises produites :

$$(25) \quad \begin{aligned} A' &= A'_0 + \int_0^x a_x\, dx + \int_0^y a_y\, dy + \ldots\ldots \\ B' &= B'_0 + \int_0^x b_x\, dx + \int_0^y b_y\, dy + \ldots\ldots \end{aligned}$$

l'intégration est évidemment toujours possible, si a_x ne dépend que de x, a_y de y, etc.

a_x, b_x peuvent être telles, que les quantités A, B, etc. dépendent non seulement des x, y, ..., etc. mais aussi de l'ordre dans lequel elles sont produites. Dans ce cas, les fonctions F, F' n'existent pas. Il n'est pas difficile d'imaginer des cas où a_x, b_x dépendent de l'ordre de production, mais il semble que des cas de ce genre ne jouent pas un grand rôle en pratique, la théorie peut donc les négliger, et nous pouvons admettre l'existence des fonctions F, F'... etc.

Dans tous les cas, l'expression $a_x dx$ nous donne la quantité de A nécessaire à produire dx, quand nous avons déjà x de X, y de Y, etc.

Digitized by Google

Nous définirons les prix de revient comme les quantités π_x, π_y, telles qu'on a

$$\pi_x . dx = (a_x + b_x . p_b + c_x . p_c + \ldots\ldots) \, dx$$
$$\pi_y . dy = (a_y + b_y \, p_b + c_y \, p_c + \ldots\ldots) \, dy$$

.....

(A joue ici le rôle du numéraire qui, plus haut, était attribué à X; c'est pourquoi le prix de $a = 1$).

Si nous admettons que les prix p_b, p_c..... sont constants et que les coefficients $a_x, b_x \ldots a_y, b_y \ldots$, etc... ne dépendent respectivement que des quantités x, y., ainsi qu'il se passe en général en réalité, π_x, π_y. . . seront les dérivées des fonctions donnant le coût de production total de X, de Y, etc.

$$(26) \qquad \begin{aligned} \Pi_x &= \pi_{0.x} + \int_0^x \pi_x \, dx \\ \Pi_y &= \pi_{0.y} + \int_0^y \pi_y \, dy, \text{ etc.} \end{aligned}$$

Il est facile de voir que, si les coefficients restent constants, les prix de revient doivent également être constants quelle que soit la quantité.

* * *

En ce qui concerne les types économiques, la libre concurrence, ou type I, est caractérisée, dans le phénomène de la production, par la condition que les entrepreneurs ne fassent pas de bénéfices (il est évident qu'ils ne peuvent pas faire de pertes). Cette

Digitized by Google

supposition de Walras a été souvent critiquée, mais dans la plupart des cas mal comprise. L'entrepreneur réel apporte dans son entreprise des facultés et connaissances qui le distinguent des autres, son travail, son crédit, ses relations, etc...; l'entrepreneur idéal n'apporte rien de tout cela : il est absolument égal à tous les points de vue à ses collègues ou, plus exactement, pour tout ce qui le distingue, il n'est pas entrepreneur, mais fournisseur de services; il n'est que la personnification de son entreprise. Dans ces conditions, ses bénéfices seraient ou bien l'effet d'un monopole (légal ou de fait), ou bien du hasard, des difficultés qu'ont les autres de s'adapter aux conditions, etc... On voit facilement que sous le régime de la libre concurrence parfaite et à l'état d'équilibre, l'entrepreneur, en tant qu'entrepreneur, ne peut faire ni bénéfice, ni perte. Cette admission que nous exprimerons par l'équation

$$\Pi_x = Xp_x \tag{27}$$

correspond donc à une tendance économique [1]. Elle nous montre dans quelle catégorie de phéno-

---

[1] Nous remarquerons encore une fois que les tendances théoriques dont nous parlons ne doivent pas être confondues avec les tendances de l'évolution économique. Ainsi, dans le cas présent, nous ne voulons pas dire que l'évolution historique tend à réaliser le type de l'entrepreneur idéal. Mais, si nous supposons que les éléments

Digitized by Google

mènes nous devons chercher l'explication de l'origine et de la nature du bénéfice, au cas où il a lieu ; elle devrait par conséquent être faite, même indépendamment des avantages qu'elle présente pour l'étude mathématique du problème.

Il y a une autre condition qui doit être remplie dans l'hypothèse du type I. Il faut que le prix de revient de la dernière unité soit égal au prix de vente, c'est-à-dire

$$\pi'_x = p_x \tag{28}$$

En effet, on ne peut pas supposer que l'entrepreneur pousse sa production jusqu'au point où $\pi'_x > p_x$: d'autre part, si $\pi'_x < p_x$, il aurait toujours avantage à élargir cette production (car il ne compte pas avec la possibilité d'influencer le prix). Or, les deux équations (27) et (28) peuvent être incompatibles : elles le sont notamment avec les coefficients de production constants, s'il y a des frais généraux, et dans beaucoup de cas avec des coefficients variables, autant que les prix restent constants pendant la transaction. Il s'ensuit que les producteurs ne peuvent pas tou-

---

de l'équilibre restent sans changements un temps assez long, la concurrence éliminera une à une les raisons qui pouvaient permettre à certains entrepreneurs de tirer des bénéfices (toujours en tant qu'entrepreneurs seulement). Dans ce sens l'équation (27) exprime une tendance réelle.

Digitized by Google

jours agir strictement conformément au type I ; suivant les cas, ils s'approcheront davantage des conditions exprimées par l'équation (27) ou par l'équation (28). Théoriquement, nous devrions donc étudier les conséquences de ces deux hypothèses ; il semble, cependant, qu'en pratique c'est surtout la première, c'est-à-dire

$$\Pi_x = Xp_x$$

qui synthétise les tendances économiques.

Il y a un cas où les équations (27 et 28) sont sûrement compatibles, c'est celui où les coefficients de production sont constants et où il n'y a pas de frais généraux. C'est le cas envisagé par Walras; sa solution est simple.

3. Equilibre de la production *(suite)*
Solution de Pareto pour les types I et II

Voyons maintenant la solution générale du problème [1]. Supposons que des individus au nombre de ϑ, détenteurs de matières premières et de capitaux, se rendent sur le marché, où ils rencontrent des entrepreneurs. Ils vendent aux entrepreneurs une partie des matières et des services des capi-

---

[1] V. PARETO, *Manuel*, p. 610 et suivantes.

Digitized by Google

taux [1] et échangent le reste entre eux. Les entrepreneurs transforment les matières et services en produits et c'est avec ces produits qu'ils paient leurs fournisseurs [2]. Nous recherchons comment sont déterminés les prix et les quantités (transformées, consommées) qui correspondent à l'état d'équilibre. Les relations, ainsi obtenues, sont celles qui tendent à se réaliser effectivement, si nous supposons les fournisseurs apportant périodiquement à peu près les mêmes quantités de matières ou services. (Remarquons que, si dans le cas de l'échange nous pouvions à la rigueur considérer une transaction isolée, dans le cas actuel une telle notion ne correspondrait à

---

[1] Les possesseurs des capitaux les prêtent contre rémunération, c'est-à-dire en vendent l'usage, ou le service. Cette notion nous permet d'assimiler le louage du capital à la vente d'une matière.

[2] En réalité, le procès de production ayant une certaine durée, ce n'est pas avec les produits mêmes de leurs services et matières que sont payés les fournisseurs, mais avec des produits préexistant à la production. Il faut donc se figurer qu'une partie des capitaux est composée d'approvisionnements, de stocks, etc... Les entrepreneurs louent ces capitaux comme les autres ; au moyen d'eux, ils paient les fournisseurs et ensuite, le procès de production fini, remboursent les capitaux empruntés. Ceci ne change rien à l'ensemble de notre raisonnement; il faut seulement, pour éviter les malentendus, se rappeler qu'une partie des services est représentée par des services d'approvisionnements.

Digitized by Google

aucun fait économique. Mais la différence est plus apparente que réelle. Aussi bien dans l'un que dans l'autre cas, seules les transactions souvent répétées dans des conditions analogues peuvent présenter un certain caractère de régularité, ce n'est donc qu'à elles que notre théorie peut en général s'appliquer.)

Les quantités de matières et services apportées [1] par leurs détenteurs sont respectivement $a_{1\cdot 0}$, $a_{2\cdot 0}$, $a_{3\cdot 0}$, ..., $b_{1\cdot 0}$, $b_{2\cdot 0}$, $b_{3\cdot 0}$, ..., $c_{1\cdot 0}$, $c_{2\cdot 0}$, ... Les quantités de produits fabriqués par les entrepreneurs sont x, y, z...; nous supposerons que le rôle du numéraire est joué par la marchandise A; son prix est donc égal à l'unité.

Les conditions (A) de la section (1) doivent évidemment toujours subsister aussi bien pour les produits que pour les matières et services autant qu'ils sont directement consommables (s'ils ne présentent aucune ophélimité, on en offre toute la quantité possédée, à n'importe quel prix). Les équations (B) subsistent également, mais les (C) n'ont plus lieu, d'autres liaisons s'établissent à leur place.

Nous n'avons plus, comme dans le cas précédent, $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots = a_{1\cdot 0} + a_{2\cdot 0} + \ldots\ldots$, mais $a_{1\cdot 0} - a_1 + a_{2\cdot 0} - a_2 + \ldots\ldots = A$, où A est la quantité fournie aux entreprises, c'est-à-dire une

[1] Périodiquement, s'il s'agit de l'équilibre en général ; une seule fois, s'il s'agit d'un cas d'équilibre particulier.

Digitized by Google

nouvelle inconnue. Egalement, au lieu de $x_{1\cdot o} + x_{2\cdot o} + x_{3\cdot o} + \ldots\ldots = x_1 + x_2 + x_3 \ldots\ldots +$ nous aurons $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots = X$, où X est la quantité vendue par les entreprises, c'est-à-dire encore une inconnue.

L'ensemble des équations

$$a_{1\cdot o} - a_1 + a_{2\cdot o} - a_2 + \ldots\ldots = A$$
$$b_{1\cdot o} - b_1 + b_{2\cdot o} - b_2 + \ldots\ldots = B$$

. . . . . .

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots = X$$
$$y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots = Y$$

. . . . . .

au nombre de $(m + n)$, si nous avons m marchandises et n matières et services, forme un nouveau système (C′) qui remplace le système (C).

Remarquons qu'on ne peut plus supprimer une équation entre les groupes (B) et (C′) ainsi que nous l'avons fait dans le cas de l'échange simple.

Nous aurons également de nouvelles liaisons en considérant les bilans des entreprises. Si nous envisageons le type (1), ce bilan sera déterminé par l'une ou l'autre des équations (27) ou (28). Ainsi que nous l'avons déjà dit, il est probable qu'en cas d'incompatibilité c'est la deuxième de ces équations qui tend

Digitized by Google

à être satisfaite. Dans ce cas nous aurons m équations de la forme :

$$(D)\qquad \begin{aligned} X\,p_x &= \Pi_x = \pi_{0.x} + \int_0^x \pi_x . dx \\ X\,p_y &= \Pi_y = \pi_{0,y} + \int_0^y \pi_y . dy \end{aligned}$$

. . . . . .

(A l'état d'équilibre, les quantités produites par les entreprises sont égales aux quantités vendues, de sorte que nous avons : $x = X$; $y = Y, \ldots$).

Des équations (D) nous tirons facilement [1] les relations suivantes :

$$(E)\qquad A' = A;\ B' = B;\ C' = C;\ \ldots\ldots$$

qui expriment l'égalité entre les quantités de chaque matière ou service, fournies aux entreprises et trans-

---

[1] En sommant les (D), tenant compte des (25) et (26) et de la relation nécessaire

$$A'_0 + B'_0 + \ldots\ldots = \pi_{0.x} + \pi_{0.y} + \ldots\ldots$$

nous obtenons

$$X\,p_x + Y\,p_y + Z\,p_z + \ldots\ldots = A' + p_b\,B' + p_c\,C' + \ldots\ldots$$

D'autre part, en faisant la somme du système (B) et tenant compte de (C') nous avons

$$X\,p_x + Y\,p_y + Z\,p_z + \ldots\ldots = A + p_b\,B + p_c\,C + \ldots\ldots$$

par suite

$$A' + B'p_b + C'p_c + \ldots\ldots = A + B\,p_b + C\,p_c + \ldots\ldots$$

Aucune des quantités transformées A', B' ... ne peut être à la longue plus grande que les quantités correspondantes A, B, etc., fournies aux entreprises. L'équation précédente entraîne donc nécessairement les équations E.

Digitized by Google

formées par elles. De la manière dont ces équations sont obtenues il s'ensuit qu'il y a dans les systèmes une équation qui est la conséquence de toutes les autres et qui doit, par suite, être supprimée.

Finalement, l'équilibre de la production est déterminé par

1° $(m+n-1)\vartheta$ équations (A);
2° ϑ — (B);
3° $(m+n)$ — (C′);
4° $(m+n-1)$ — (D) et (E), soit en tout $[(\vartheta+2)(m+n)-1]$ équations, pour déterminer le même nombre d'inconnues (à savoir: $(m+n)\vartheta$ quantités partielles consommées, m quantités totales vendues par les entreprises, n quantités totales fournies aux entreprises, enfin $(m+n-1)$ prix).

Le problème de la production dans le cas de la libre concurrence est donc résolu et bien déterminé.

Le système nous permet, en outre, de traiter facilement les différents cas particuliers qui ont été la source de difficultés pour certaines théories. Prenons par exemple le cas fréquent où deux ou plusieurs marchandises sont produites ensemble (offre conjointe du professeur Marshall); nous n'aurons qu'un coût de production commun, c'est-à-dire qu'il nous manque une ou plusieurs équations (D); en revanche, il y a de nouvelles liaisons entre les quantités produites, liaisons qui sont déterminées par les conditions de la production. Elles nous fournissent,

Digitized by Google

comme il est facile de voir, un nombre d'équations précisément égal à celui qui nous fait défaut.

Cet exemple montre sur le vif comme il est faux de dire que le coût de production détermine le prix; on ne peut même pas dire (comme on le fait encore assez souvent dans des ouvrages, d'ailleurs très bons) qu'il détermine la quantité produite; le seul énoncé exact est le suivant : l'égalité du coût de production (simple ou combiné) avec le total de la recette est une des conditions de l'équilibre économique qui ensemble avec toutes les autres détermine aussi bien les prix que les quantités produites.

Ici (encore plus que dans les cas précédents) le raisonnement mathématique peut seul nous permettre de démontrer que nous avons le nombre de conditions, nécessaire pour déterminer toutes ces grandeurs, et de préciser les limites dans lesquelles cette démonstration est valable.

*
* *

L'étude du monopole (type II) de la production est certainement plus compliquée que l'étude correspondante dans le cas de l'échange simple, mais se fait d'une façon analogue. Un des entrepreneurs, mettons celui de Y, n'est pas soumis aux conditions du type I. Nous n'avons plus l'équation (D) correspondante, mais à sa place l'inégalité $Y . p_y - \Pi_y > 0$ (car il est évident qu'il aura un gain et non pas une

Digitized by Google

perte). Toutes les équations (E) cessent en même temps d'exister, mais nous pouvons les rétablir en supposant que les gains du monopoleur sont toujours exprimés dans la seule marchandise A [1]. Dans ce cas nous aurons de nouveau : $B = B'$, $C = C'$, etc. et $A = A' + \xi$; enfin au lieu de l'équation $\Pi_y = Y p_y$ nous aurons $\Pi_y + \xi = Y p_y$.

On peut démontrer comme auparavant que dans les nouveaux systèmes (D) et (E) il y a une équation qui est la conséquence de toutes les autres et qui doit être supprimée. Après quoi il est facile de voir que nous avons maintenant une inconnue en plus du nombre des équations. C'est justement ξ, le gain du monopoleur. Comme précédemment, éliminons toutes les autres inconnues, il viendra :

$$\xi = f(p_y)$$

Si le monopoleur recherche le maximum de bénéfice en numéraire, nous aurons l'équation qui manque en écrivant

$$\frac{d\, f(p_y)}{d\, p_y} = 0 \tag{29}$$

Nous aurons également une nouvelle équation, si nous supposons que le monopoleur établit ses

---

[1] Tous les autres cas se traiteraient de la même façon, seulement les calculs seraient plus compliqués. Le cas considéré dans le texte s'approche le plus de celui qu'on rencontre en réalité.

Digitized by Google

comptes, afin d'obtenir avec son bénéfice le maximum d'ophélimité. Théoriquement il pourrait poursuivre encore quelque autre but. Toutes les fois que ce but sera suffisamment caractérisé, le calcul nous permettra de démontrer si les suppositions faites sont suffisantes pour déterminer le problème.

*
* *

L'équation (29) a une signification analogue à celle de Cournot (équation (3) du chapitre II). Cette dernière est même plus explicite et plus commode pour en tirer des conséquences. Aussi, la plupart des auteurs [1] qui ont étudié la question du monopole ont suivi, avec des variantes plus ou moins importantes, la méthode de Cournot. Sans vouloir le moins du monde déprécier cette méthode, que nous tenons pour utile dans certains cas particuliers, nous rappellerons au lecteur les remarques faites antérieurement [2] sur la valeur théorique des solutions ainsi obtenues.

---

[1] EDGEWORTH, « La teoria pura del monopolio », *Giornale degli economisti*, 1897; « The pure teory of taxation », *Economic journal*, 1897; « Contribution to the theory of railway rates », *Economic journal*, 1911; AUSPITZ et LIEBEN, *Untersuchungen* etc..., chap. VI ; MARSHALL, dans ses *Principes*, etc...

[2] Chap. II, I, p. 53, et sect. (1) du présent chap., p. 203.

Digitized by Google

4. Variabilité économique des coefficients de production

Dans ce qui précédait, nous avons supposé les coefficients de production déterminés exclusivement par des considérations techniques; mais en réalité ils peuvent dépendre également des conditions économiques et notamment des prix des matières et services employés.

Pour produire du X il faut du A, du B, etc. Il peut se faire qu'on obtienne le même résultat en employant telles ou autres quantités de l'un et de l'autre : on peut, par exemple, diminuer la quantité de main-d'œuvre en augmentant la machinerie, etc... Certaines matières et certains services peuvent donc être substitués les uns aux autres dans des proportions déterminées. En général, parmi les coefficients de production $a_x, b_x, c_x \ldots\ldots$ nous trouverons un nombre r entre lesquels existe une relation.

$$(30) \qquad f(a_x, b_x, c_x \ldots\ldots) = 0.$$

Il est essentiel de remarquer que tous les coefficients ne sont pas nécessairement liés par une telle relation, et que les conditions techniques suffisent à déterminer certains d'entre eux.

Il s'agit maintenant, pour les entrepreneurs, de déterminer ces coefficients de manière à rendre mini-

Digitized by Google

mum le coût de la production de X. Si nous avons affaire aux coefficients qui ne varient pas en fonction de la quantité, le problème est relativement facile; il est plus compliqué dans l'hypothèse contraire qui est plus générale et correspond beaucoup mieux à la réalité; dans ce cas nous avons, en effet, à faire intervenir les notions du calcul des variations.

Le coût total de X peut s'écrire de la façon suivante :

$$(31) \quad \Pi_x = \pi_{0.x} + \int_0^x (a_x + b_x p_b + c_x p_c + \ldots\ldots) \, dx \, ;$$

c'est cette expression qui doit devenir minimum, pour cela il faut, comme on sait, annuler la variation totale de l'intégrale.

Un changement des fonctions a_x, b_x, ... réagit sur l'ensemble des conditions de l'équilibre, par suite sur les prix. Pour que le minimum absolu du coût de production de X, compatible avec les liaisons du système, soit atteint, il faut donc que nous ayons la relation

$$\int_0^x (\delta a_x + p_b . \delta b_x + p_c . \delta c_x + \ldots\ldots \\ + b_x \delta p_b + c_x \delta p_c + \ldots\ldots) \, dx = 0$$

Un producteur qui agit selon le type I n'aspire, comme nous savons, qu'à un minimum relatif, celui qui aurait lieu en supposant les prix constants; nous aurons dans ce cas :

$$(32) \quad \int_0^x (\delta a_x + p_b . \delta b_x + p_c \delta c_x + \ldots\ldots) \, dx = 0$$

Digitized by Google

De même pour la production de Y, Z, etc.

Pour que l'équilibre puisse se maintenir il faut que les équations (32) subsistent simultanément avec toutes les autres équations du système.

Si nous avons r coefficients, liés par une relation [1] de la forme (30), on peut démontrer [2] que l'équation (32) entraîne $(r-1)$ équations de la forme

$$(33) \qquad \begin{aligned} p_b \cdot \frac{\partial b_x}{\partial c_x} + p_c &= 0 \\ p_b \cdot \frac{\partial b_x}{\partial e_x} + p_e &= 0 \end{aligned}$$

. . . . . .

Nous pourrons obtenir grâce à l'équation (30) les expressions des dérivées $\frac{\partial b_x}{\partial c_x}$, $\frac{\partial b_x}{\partial e_x}$, etc. et les mettre dans les (33). L'ensemble des équations (30) et (33) nous donne alors un système de r équations suffisant pour déterminer les r quantités a_x, b_x..... en fonction de p_b, p_c, ... et, s'il y a lieu, de x.

Nous obtiendrons de la même façon r' équations se rapportant à la production de Y, r'' se rapportant à celle de Z, etc. en général

$$\Sigma\, r \text{ nouvelles équations.}$$

---

(1) Tous les autres cas peuvent évidemment être réduits à celui-là par l'élimination de q coefficients entre $(q+1)$ équations (si nous avons $(q+r)$ coefficients liés par $(q+1)$ relations).

(2) PARETO, *Manuel*, p. 633.

Digitized by Google

Nous appellerons (F) ce nouveau groupe [1]. L'ensemble des équations (A), (B), (C′), (D), (E), et (F) qui déterminent l'équilibre de la production forme un système que nous appellerons dans la suite (Ω).

La considération de la variabilité économique des coefficients de production, des compensations qui ont lieu entre eux et de leur dépendance des autres éléments de l'équilibre est de la plus haute importance pour l'économie. Elle seule peut nous expliquer un grand nombre de faits qui à première vue paraissent contredire les principes de la science. Les mathématiques donnent à cette considération une précision qu'elle ne saurait avoir autrement. On peut s'en convaincre surtout en examinant les différentes erreurs dans lesquelles tombent les auteurs qui ne se servent pas de mathématiques. Il est vrai que les formules générales sont très indéterminées, mais l'étude, au moins approximative, des fonctions telles que (30) semble pouvoir être faite dans bien des cas particuliers; elle semble même plus facile que des études

---

[1] Nous aurions des équations (F) analogues aux précédentes pour les opération faites selon le type II, c'est-à-dire par les entrepreneurs qui tiennent compte des variations futures des prix $p_b, p_c \ldots$ En pratique, ceci serait difficile, autant dire impossible, à moins de supposer certaines circonstances exceptionnelles. Nous n'avons donc aucun intérêt à insister sur ce cas, que la théorie pourrait, d'ailleurs, s'il y a lieu, prendre en considération.

Digitized by Google

correspondantes dans d'autres domaines de l'économie. On doit s'attendre à ce que les recherches de ce genre jettent une lumière toute nouvelle sur les lois de la production, notamment les problèmes de l'emplacement des industries, de la différente concentration des entreprises dans diverses branches de l'industrie [1], du machinisme, etc.

*
* *

On a essayé de résoudre le problème de l'équilibre de la production en partant d'un point de vue quelque peu différent, notamment, en considérant la « productivité » des facteurs de production. Une tentative mathématique de ce genre a été faite par M. A. Aupetit [2]. La productivité peut être définie de la façon suivante : soit

$$(34) \qquad Q_r = F(x_a, x_b \ldots\ldots)$$

[1] La répartition de la production entre les entreprises, que nous avons implicitement considérée comme connue, est en réalité déterminée en même temps que les coefficients par l'ensemble des éléments de l'équilibre. La condition du coût minimum pour chaque entreprise donne lieu à un nombre d'équations suffisant pour déterminer les nouvelles inconnues (c'est-à-dire les quantités partielles produites par chaque entreprise); les nouvelles équations font, comme les précédentes, partie du groupe (F). L'étude mathématique de cette question importante et tant controversée a à peine été ébauchée. (PARETO, *Manuel*, 635).

[2] *Essai d'une théorie générale de la monnaie*, Paris, 1901.

Digitized by Google

l'expression qui donne la quantité produite en fonction des quantités x_a, x_b ..... des matières et services employés ; la productivité de A est la dérivée partielle $\frac{\partial F}{\partial x_a}$.

En partant de cette notion on obtient une solution qui pourrait même paraître plus simple et plus élégante que celle que nous avons résumée. Mais pour que l'existence de la fonction (34) soit possible à admettre, il faudrait que tous les services et matières puissent dans une certaine mesure être remplacés les uns par les autres, autrement dit, que tous les coefficients de production soient variables. Or, dans beaucoup de cas, cette supposition est très éloignée de la réalité. Aussi, est-il préférable de ne pas recourir à la théorie dont elle fait partie, d'autant plus que nous avons le moyen de donner au problème une solution plus conforme aux faits réels.

5. Equilibre de la capitalisation

Jusqu'à présent nous n'avons envisagé que les services des capitaux et non pas les capitaux eux-mêmes. Nous avons considéré les quantités de ces services comme des données du problème; dans ces conditions, leurs prix, ainsi que les prix et les quantités des objets produits, étaient déterminés par les

Digitized by Google

équations (Ω), telles que nous les avons données dans les sections précédentes.

Mais en réalité les quantités de certains services (ou, ce qui revient au même, des capitaux correspondants) ne sont pas constantes, mais dépendent des conditions économiques. Une partie des capitaux peut être produite, vendue, achetée, possède son prix et son coût de production. Nous devons compléter notre étude par la considération de ces éléments.

Nous distinguerons, toujours d'après Walras, les capitaux naturels, personnels et mobiliers; ces catégories ne sont pas toujours nettement tranchées, nous pouvons trouver des capitaux dont les caractères tiennent de deux catégories, mais il est assez facile d'introduire dans ces cas les corrections nécessaires.

Les quantités de capitaux naturels dont dispose une collectivité doivent être considérées comme constantes; elles pourraient, il est vrai, être changées dans certaines conditions (par exemple, augmentées par des découvertes), mais ce sont là des phénomènes dynamiques qui ne nous intéressent pas pour le moment.

Les quantités des capitaux personnels dépendent dans une certaine mesure des circonstances économiques. L'équilibre entre les efforts et la rémunération détermine, par exemple, dans une certaine mesure, la répartition des membres de la société

Digitized by Google

entre différentes professions (nous appelons différentes, les professions entre lesquelles le passage est difficile, parce que l'exercice de l'une d'elles au moins exige un apprentissage long et coûteux ou des dispositions spéciales). Mais les relations de ce genre ne nous sont pas encore suffisamment connues; l'influence prépondérante des facteurs extra économiques obscurcit et rend difficile l'étude de ce sujet. Nous considérerons donc (nous pouvons le faire d'ailleurs avec une erreur assez petite) les capitaux personnels comme les données du problème.

Les capitaux mobiliers, au contraire, peuvent être produits à volonté dans des conditions déterminées. Cette circonstance les distingue nettement des deux précédentes catégories et pourrait même justifier un traitement différent. Leur étude peut en effet se poursuivre par deux voies différentes; nous pouvons :

1° Ou bien les assimiler aux précédents, grâce à un artifice de comptabilité — l'amortissement —, considérer le capital mobilier comme gardant toujours toute sa valeur après l'usage, et n'envisager dans la production que leurs services [1];

---

[1] On pourrait se demander comment un capital fabriqué peut entièrement survivre comme valeur à son usage, tout en rendant un service éventuellement rémunéré. Si nous envisageons un procès de production complet, un tel capital est absorbé par le produit, et on ne voit pas tout de suite

Digitized by Google

2° Ou bien assimiler les capitaux mobiliers aux matières premières (en tenant compte de la différence de valeur occasionnée par le temps nécessaire à la production) et considérer le procès de production comme absorbant entièrement le capital.

Les deux voies sont théoriquement également admissibles; nous choisissons la première, qui nous semble pour le moment plus commode.

***

Les quantités des capitaux mobiliers doivent satisfaire à certaines conditions pour que l'équilibre

---

pourquoi la part qui lui revient sur la valeur de ce produit ne serait pas égale à sa propre valeur. Ceci serait exact, si le procès de production avait lieu instantanément, ou bien encore, si la valuation des biens présents et futurs était la même. Mais, en fait, le procès de production dure toujours un certain temps. Ce n'est que d'une façon elliptique que nous parlons quelquefois comme s'il pouvait être instantané. D'autre part, le même objet a un prix différent, suivant le moment où il est disponible; l'égalité entre la valeur des capitaux et de leur produit n'existe donc pas, et avec elle tombe l'objection citée tout à l'heure. Si l'on ne tient pas compte de ces remarques, on arrive nécessairement à la conclusion que la rémunération des capitaux mobiliers n'est pas possible dans un état d'équilibre statique (Comparez SCHUMPTER : *Das Wesen und der Hauptinhalt der theoretischen Nationaloekonomie*, Leipzig, 1908, IIIe partie, chap. IV).

Digitized by Google

puisse subsister. Examinons leurs variations; elles sont de deux sortes : il y a d'abord leur quantité totale qui peut être augmentée par l'épargne ou diminuée par la dissipation (les trois cas possibles peuvent être réunis en un seul, par la considération de l'épargne positive, négative ou nulle). Il y a ensuite la quantité de capital d'une certaine espèce qui peut être changée par la transformation d'un capital en un autre (transformation toujours possible au point de vue économique, grâce à l'usure des anciens capitaux). Walras a réuni ces deux questions sous le nom du problème de la capitalisation et a cherché à leur donner une solution mathématique [1].

Suivant la méthode habituelle, on considère les quantités à créer, en principe positives ou négatives, comme des nouvelles inconnues et on cherche le nombre d'équations nécessaires pour les déterminer. Nous désignerons ces quantités par :

$$D_k \ , \ D_t \ , \ D_q \ldots\ldots$$

A un moment donné existent les capitaux mobiliers K, T, Q, ... au nombre de n'. Leurs quantités sont respectivement k, t, q... (ces quantités initiales doivent nous être données; si nous envisageons un cas de production sans capital mobilier, elles seraient nulles), leurs prix P_k, P_t, P_q... Si les prix nets des

---

[1] *Eléments*, 1889, p. 261 ; 1900, p. 241.

Digitized by Google

services [1] qu'ils rendent ne sont pas en rapport avec les prix des capitaux eux-mêmes, il y aura un courant du capital des placements moins rémunérateurs, aux plus rémunérateurs. Ceci pourrait se faire, même en supposant qu'il n'y a pas d'épargne; on négligera par exemple l'entretien des premiers pour porter la part correspondante du revenu brut aux deuxièmes. Mais, pour simplifier, nous supposerons qu'au même moment il y a des individus qui trouvent plus avantageux d'épargner une partie de leurs revenus que de la consommer, et que la répartition de la somme épargnée entre les capitaux neufs suffit à ajuster les quantités totales aux besoins. Dans ces conditions, nous trouverons la solution du problème en étudiant la répartition de cette somme épargnée.

Soit i, le taux moyen du revenu net, ou taux de l'intérêt. Nous supposons pour le moment son existence sans rechercher son origine. Au moment de

---

[1] C'est-à-dire les prix, déduction faite de l'amortissement et de la prime d'assurance. Nous supposons l'existence de ces prix nets, car l'existence des services eux-mêmes et la différente valuation des biens présents et futurs la *rendent possible* (mais ne l'expliquent, ni d'autant plus la justifient — cette dernière question n'est d'ailleurs pas du domaine de l'économie, mais de la morale). Nous ne préjugeons rien sur la hauteur de ces prix nets, qui seront déterminés par l'ensemble des conditions de l'équilibre.

Digitized by Google

l'équilibre, il faut que chaque capital donne relativement à son prix le même revenu net; le rapport de celui-ci au prix du capital est justement le taux du revenu net. Nous avons donc pour chaque capital une équation :

$$(35) \qquad P_k = \frac{p_k - \pi_k}{i}$$

où π_k représente la somme des frais d'amortissement et d'assurance.

Les capitaux, pouvant être produits dans des conditions connues, obéissent à l'état d'équilibre, et sous le régime de la libre concurrence, à la règle de l'égalité du coût de production et du prix de vente. Nous avons donc pour chacun d'entre eux une équation (D), c'est-à-dire de la forme [1] :

$$(36) \qquad \Pi_k = P_k . D_k.$$

Nous avons introduit $2n'$ nouvelles inconnues (n' quantités à créer et n' prix des capitaux) ; nous avons également $2n'$ équations, mais il y a dans

---

[1] Walras, qui suppose les coefficients de production constants, donne l'équation exprimant l'égalité du prix de revenu et du prix de vente.

$$k_t p_t + k_p p_p + \ldots = P_k$$

qui avec nos notations serait

$$a_k p_a + b_k p_b + \ldots = P_k$$

Digitized by Google

elles une nouvelle inconnue i [1]. Il nous faut une nouvelle équation, on l'obtient facilement en considérant la somme épargnée comme fonction des autres éléments de l'équilibre.

Jusqu'à présent, tout est inattaquable dans le raisonnement de Walras ; la manière dont il établit cette dépendance fonctionnelle l'est, peut-être, moins. (Il est curieux de remarquer que dans les premières éditions de ses *Eléments* il posait cette dépendance empiriquement ; ce n'est que dans la dernière qu'il a cherché à la déduire rationnellement.)

Il suppose que l'action d'épargner n'a pour source qu'un besoin spécial, celui de toucher à l'avenir un revenu. Il considère une sorte de marchandise idéale, consistant en revenu net perpétuel [2], et ayant un prix p_e qui est égal à $\frac{1}{i}$ où i est le taux du revenu net.

---

[1] Il pourrait sembler que nous avons encore d'autres inconnues, notamment la prime d'assurance et le prélèvement pour l'amortissement du capital; mais ces quantités se réduisent d'une façon déterminée à d'autres éléments de l'équilibre qui, ou bien sont constants, ou bien, s'ils sont variables, entrent déjà dans nos formules; de toute façon, nous avons les équations nécessaires pour les déterminer.

[2] On peut remarquer que la notion de marchandise-revenu contient implicitement l'idée d'une valuation différente des biens présents et futurs. En effet, pour que le revenu perpétuel, c'est-à-dire une somme théoriquement

Digitized by Google

Le besoin du revenu obéit à la loi commune de la décroissance de l'intensité avec l'augmentation de la quantité. Sa rareté (dans le sens de Walras), ou son ophélimité élémentaire, est donc donnée par la dérivée $\varphi'(q_e)$. Chaque individu répartit ses ressources entre les différents besoins immédiats et celui de s'assurer un revenu perpétuel. Conformément au théorème connu, le maximum d'ophélimité a lieu pour lui quand l'ophélimité élémentaire pondérée (le rapport de la rareté, dans le sens de Walras, au prix) de la marchandise-revenu est égale à l'ophélimité élémentaire pondérée de toute autre marchandise, soit

$$(37) \qquad \varphi'_e(q_e) \cdot \frac{1}{p_e} = \varphi'_b(q_b) \cdot \frac{1}{p_b} = \varphi'_a(q_a)$$

Nous avons de plus l'équation du bilan, que nous écrivons d'une manière un peu modifiée. Soient q_a, q_b, q_c les quantités des matières et services que vend l'individu ; q_x, q_y, ... celles des marchandises qu'il achète ; enfin q_e la quantité du revenu perpétuel qu'il veut avoir. Alors

$$(38) \qquad q_a + q_b p_b + q_c p_c + \cdots\cdots = \\ = q_x p_x + q_y p_y + \cdots\cdots + q_e p_e$$

infinie, mais payable à des époques de plus en plus éloignées, puisse avoir un prix, être égale à une somme déterminée et évidemment plus petite, mais payable aujourd'hui, il faut que les mêmes unités de ces deux sommes aient des valeurs différentes.

Digitized by Google

Les équations (37) et (38) déterminent le point d'équilibre individuel. Nous pouvons supposer éliminées toutes les quantités inconnues de marchandises q_a, q_b .....; nous aurons la quantité demandée du revenu en fonction de tous les prix :

$$q_e = f_e\,(p_b, p_c, \ldots\ldots p_x, \ldots\ldots p_e)$$

La somme épargnée par l'individu est égale à la somme du revenu multipliée par son prix :

$$e = q_e \cdot p_e = \frac{q_e}{i}$$

En additionnant toutes les épargnes individuelles nous aurons l'épargne totale

$$(39) \qquad E = Q_e \cdot p_e = F_e\,(p_b, p_c \ldots\ldots p_x \ldots\ldots i)$$

D'autre part, cette épargne est égale à la somme des quantités des nouveaux capitaux multipliés chacun par son prix

$$(40) \qquad E = D_k \cdot P_k + D_t \cdot P_t + D_k \cdot P_k + \ldots\ldots$$

De cette manière nous obtenons les deux équations qui nous manquaient encore pour déterminer les deux inconnues E et i. Le problème de l'équilibre de la capitalisation est ainsi résolu et bien déterminé.

Nous avons reproduit le raisonnement de Walras dans ses grandes lignes avec seulement quelques changements dans les notations ; il ne s'en suit pas que nous partagions entièrement sa manière de voir. Les notions du besoin du revenu et de la marchan-

Digitized by Google

dise-revenu semblent bien critiquables ; on n'épargne pas exclusivement en vue du revenu, mais aussi en vue de la consommation future (cette somme devrait, dans un état absolument stationnaire, se compenser avec celle des consommations sur l'épargne antérieure) ou par désir de la richesse abstraite ; l'équation (37) ne caractérise donc pas d'une façon satisfaisante la condition de l'équilibre individuel en ce qui concerne l'épargne.

D'autre part, les notions de besoin et d'utilité ne concordent pas avec notre point de vue général, qui est celui de la théorie du choix. Nous devrions donc considérer simplement l'indice élémentaire de l'épargne. Il serait peut-être indiqué d'appliquer ici une formule d'équivalence entre les usages des biens présents et futurs, dans le genre de celle de Jevons. De toute façon nous pourrons obtenir une équation qui remplacera l'équation (37) correspondante et nous permettra de déterminer le point d'équilibre de l'épargne individuelle.

Walras ne faisait intervenir les considérations d'équilibre individuel (maximum d'utilité) que pour obtenir la fonction de l'offre totale de l'épargne. Celle-ci aurait pu être posée empiriquement; elle ne contient aucune trace de la supposition hypothétique faite pour la déduire. Dans ces conditions, les formules définitives de Walras peuvent être considérées comme correctes. Mais, pour être pleinement

Digitized by Google

satisfaisante, la solution générale devrait pouvoir remonter jusqu'aux quantités individuelles.

*
* *

Il existe une certaine différence entre cette solution et celles que nous avons trouvées pour l'équilibre de l'échange ou de la production. Les autres s'appliquaient aussi bien à un cas isolé, qu'aux phénomènes se répétant périodiquement. En convenant que les quantités dont il s'agissait étaient rapportées à une période déterminée de temps, nous pouvions supposer qu'après la fin de cette période les individus se retrouvent dans une situation identique à celle de son début, et que par conséquent les conditions de l'équilibre de la production et de l'échange restent identiquement les mêmes. Aux quantités produites ou échangées correspondaient des quantités consommées. Ici, la chose est bien différente : si les capitaux ont subi un accroissement pendant une période, le commencement de la période suivante ne trouve plus les conditions antérieures. Alors de deux choses l'une : ou bien nos formules ne s'appliquent qu'à un cas isolé, ou bien en cherchant à les généraliser nous sortons du problème de l'équilibre statique.

La première hypothèse est simple : nous envisageons une période de temps déterminée ; nous supposons que chaque individu cherche à équilibrer ses

Digitized by Google

consommations avec ses épargnes pendant la période considérée et nous recherchons les quantités produites, consommées, converties en capitaux, les prix, etc... qui se tiendront en équilibre *pendant cette même période ;* nous supposons que les nouveaux capitaux ne commencent pas à être employés avant sa fin. Mais il est évident que cet équilibre n'est pas définitif, il ne saurait subsister pendant la période suivante, qui doit commencer dans des conditions modifiées par l'entrée en jeu des nouveaux capitaux.

Si nous envisageons maintenant l'ensemble du phénomène, nous avons une série d'équilibres successifs, dont chacun correspond à une période de temps nécessaire pour faire apparaître un accroissement du capital. Théoriquement, ces périodes et les quantités produites. consommées, épargnées, etc... qui leur correspondent doivent être considérées comme infiniment petites. Nous n'avons donc plus d'équilibre, l'état économique évolue par l'action de ses propres éléments.

Le problème peut cependant être traité par les mathématiques. Dans chaque période infiniment petite, que nous désignerons par dt, l'équilibre est réalisé; les équations qui le caractérisent subsistent également, on doit seulement les modifier d'une façon convenable, en substituant où il y a lieu, aux quantités finies, des quantités infinitésimales, rapportées à l'accroissement infiniment petit du temps, dt. De

Digitized by Google

cette manière nous obtenons, entre les grandeurs des variables, leurs différentielles et la différentielle *dt* des équations (différentielles), en nombre égal à celui des inconnues et qui, si elles sont intégrales, nous donnent la solution du problème dynamique. Dans tous les cas, elles nous donnent, en théorie, la forme générale de cette solution [1].

L'évolution de l'état économique que nous venons de considérer doit-elle nous conduire à un état d'équilibre définitif ? Pour que celui-ci se réalise, il faudrait évidemment que nous ayons :

$$(41) \qquad E = F_e(p_a, p_b \ldots\ldots p_x \ldots\ldots i) = 0.$$

Une fois remplie, cette équation devrait l'être constamment dans la suite, mais il n'y a aucune raison de supposer qu'elle soit l'expression des tendances réelles. Dans le cas général, on n'arrive donc pas à un équilibre définitif de la capitalisation.

Nous ne croyons pas exagérer en disant que ce n'est que la théorie de l'équilibre économique qui met pleinement en lumière le fait remarquable de l'évolution automatique d'un système dont les éléments premiers restent invariables. Certes, bien des économistes s'en sont aperçus avant les mathématiciens,

---

[1] La seule tentative d'étudier ces questions a été faite par M. Pareto dans l'article « Le equazioni del equilibrio dynamico, *Giornale degli economisti*, 1901, septembre, p. 283 et suivantes.

Digitized by Google

mais il ne semble pas qu'ils se soient rendu exactement compte, non seulement des conditions, mais même de la signification exacte du phénomène ; on l'a, notamment, confondu avec ceux où l'évolution est due, au moins partiellement, à des influences extra-économiques. Dans la réalité les différentes tendances s'entre-croisent et se confondent, mais la théorie doit soigneusement distinguer entre elles : les unes sont, dans certaines limites, nécessaires, les autres sont fortuites.

L'équation (41) mérite d'être considérée ; il est évident que si la théorie est exacte pour une valeur quelconque de E, elle l'est encore quand $E = O$. La rémunération du capital et le taux du revenu existent donc aussi bien dans le cas de l'équilibre complet, que dans tous les autres. Walras a considéré l'hypothèse d'une société progressive pour simplifier le raisonnement et s'approcher davantage de la réalité, mais non parce qu'il ait pensé que ce cas diffère des autres au point de vue qui nous préoccupe. Les équations (36) y existent également, seulement D_k, D_t ..... doivent être considérés comme des changements virtuels, non effectifs. Ceci ne s'applique plus au cas où la quantité de chaque capital doit pour une raison quelconque être considérée comme absolument invariable : nous n'avons plus d'équation (36), ni de la (40) ; dans ces conditions, l'épargne pourrait exister ou non, le problème sera toujours

Digitized by Google

indéterminé ; on pourrait, par exemple, fixer arbitrairement le taux de l'intérêt, les prix des services seraient déterminés ainsi que nous l'avons vu dans la section (3), et les prix des capitaux se déduiraient grâce aux équations (35).

C'est par une opération analogue que se déterminent actuellement les prix des capitaux naturels et, en général, de ceux dont la production n'est pas soumise à la libre concurrence. Les prix de leur service et le taux de l'intérêt étant déterminés par l'ensemble des conditions de l'équilibre, les équations (35) nous donnent les prix des capitaux eux-mêmes. Ces considérations sont importantes pour l'étude des plus-values (ou éventuellement des moins-values) qu'on constate pour certains d'entre eux.

6. Prise en considération des liaisons négligées Théorie de la monnaie

En commençant cette étude, nous avons, pour simplifier, fait abstraction de nombreuses liaisons auxquelles est soumis le système économique. Nous indiquerons maintenant comment elles peuvent être prises en considération.

Le coût de transport et, en général, les frais nécessaires pour mettre en rapport le produit et le consommateur doivent être considérés comme une partie

Digitized by Google

des dépenses de la production; leur hauteur se détermine en général de la même façon que celle des prix de tous les produits et services. Il n'en est pas de même des impôts qui sont fixés arbitrairement et dont le produit est dépensé suivant d'autres principes que ceux qui règlent la consommation ordinaire.

Nous introduirons la nouvelle liaison d'une façon différente, suivant que l'impôt revêt telle ou autre forme. Supposons qu'il consiste dans un prélèvement proportionnel au prix d'un produit ; dans ce cas, nous devrons distinguer deux prix : celui qui est payé par le consommateur et celui qui est reçu par le producteur ; ceci nous fait un certain nombre de nouvelles inconnues, mais nous avons autant d'équations de la forme

$$p'_a = p_a + \frac{p_a}{k}$$

où k est le coefficient de proportionnalité fixé par le législateur. Si l'impôt est fixe par chaque unité de produit (ou en général pour chaque acte soumis à l'impôt), le prix pour le consommateur est

$$p'_a = p_a + l$$

Si nous avons affaire à un impôt sur le revenu net, il nous est plus commode de changer les équations (B), en écrivant que pour chaque individu la somme des dépenses égale l'ensemble des recettes,

Digitized by Google

moins telle fraction de cet ensemble (fraction égale aux taux de l'impôt).

Le produit de l'impôt est dépensé pour payer différents services et marchandises. La répartition entre les différents usages peut se faire suivant certaines règles qui nous donneront des équations analogues à (A), ou bien les quantités peuvent être fixées arbitrairement. Quelle que soit la décision du législateur, elle nous permettra toujours d'établir autant d'équations qu'il y a de nouvelles inconnues.

∴

Le système (Ω) complété par les relations dont nous venons de parler pourrait nous servir pour l'étude de l'incidence des impôts. Ce sujet a toujours attiré les économistes mathématiciens; aucun, d'ailleurs, ne l'a traité du point de vue de la théorie de l'équilibre; aussi, les résultats obtenus (dont quelques-uns ont une valeur incontestable) restent fragmentaires. D'autre part, le système (Ω), tel que nous l'avons présenté, est trop compliqué pour pouvoir servir à des déductions immédiates. Il faudrait trouver une méthode pour le simplifier sans altérer les principales relations qu'il renferme. De toute façon, ce n'est qu'en prenant (Ω) pour base qu'on peut espérer faire une étude complète et rigoureuse des phénomènes de l'incidence des impôts.

Digitized by Google

* * *

Nous pouvons également laisser tomber la supposition d'une société fermée et considérer les collectivités communiquant entre elles pour certains produits ou services; c'est ainsi qu'on pose le problème du commerce international. Une étude sur ce sujet a été faite par M. Pareto [1].

Nous pourrions introduire encore d'autres liaisons, négligées tout d'abord, et s'appliquant à différents cas plus ou moins particuliers. Parmi ces corrections possibles, une surtout a une grande importance : c'est la prise en considération du phénomène de la monnaie, en tant que moyen de circulation des marchandises (et non seulement, en tant que simple numéraire que nous avons envisagé jusqu'à présent).

Une théorie abstraite de l'équilibre économique pourrait à la rigueur être conçue sans faire intervenir la notion de la monnaie [2]; par contre, il est extrêmement difficile de se figurer le cas d'une société un peu développée où l'équilibre puisse être

---

[1] « Teoria matematica dei Cambi forestieri », *Giornale degli economisti*, févr. 1894, et *Cours d'Economie politique*, pp. 180-182.

[2] Au contraire, Schumpeter croit pouvoir démontrer que la nécessité de la monnaie ressort directement des considérations de l'équilibre (Comparez plus haut, chap. IV, sect. 2, p. 134).

Digitized by Google

atteint sans l'aide d'un moyen de circulation. C'est son existence qui rend possible en pratique l'ajustement des ophélimités élémentaires; c'est elle qui nous permet de considérer comme coïncidant idéalement les actes de vente et d'achat; c'est sous forme de monnaie qu'existent les capitaux-approvisionnements, etc..., etc... La théorie doit donc envisager les conditions que cette existence peut éventuellement imposer à l'équilibre du système, sous peine de négliger une des plus importantes parties du phénomène économique concret.

Les questions monétaires ont été sans doute les premiers problèmes de l'économie auxquels on a songé à appliquer les mathématiques (l'ouvrage de Ceva!) et il serait difficile de nommer un économiste mathématicien un peu connu qui ne s'en soit jamais occupé. Avec ses chiffres et relations quantitatives strictes, elle paraît prédestinée à une telle application. Mais il ne semble pas que la réalité ait tout à fait répondu aux expériences qu'on pouvait fonder sur une théorie mathématique de la monnaie [1].

---

[1] Pour éviter tout malentendu, nous ferons remarquer ce qui suit : 1° nous mettons à part les travaux purement statistiques, où le calcul (aussi bien élémentaire que supérieur) rend évidemment des services; 2° il est parfaitement probable que la connaissance des mathématiques puisse rendre de grands services aux personnes ayant à résoudre des questions monétaires pratiques. En effet, quel que soit

Digitized by Google

Une telle théorie a été donnée par Léon Walras [1]. Nous l'exposerons brièvement, sous une forme légèrement modifiée, et en simplifiant les notations.

Remarquons, d'abord, que la monnaie en tant que moyen de circulation n'est pas nécessairement la même marchandise qui nous sert de numéraire; nous supposerons en commençant, pour simplifier le raisonnement, qu'on se sert comme monnaie de circulation d'un objet n'ayant aucune utilité propre, tandis que le rôle du numéraire est joué par une quelconque des marchandises [2]. Nous désignerons comme précédemment cette dernière par la lettre A.

Voici donc un nouvel élément introduit dans notre système économique. Il s'agit maintenant de déterminer le prix en numéraire de la nouvelle monnaie.

---

un tel problème, sa solution obligera d'opérer avec des données quantitatives nombreuses et compliquées, ce qui sera, toutes choses égales d'ailleurs, toujours plus facile pour un mathématicien que pour un non mathématicien. Mais ce sont des cas particuliers dont nous n'avons pas à nous occuper; ils n'intéresseraient la science que si l'on pouvait en donner une théorie générale, ce qui pour le moment n'est pas le cas.

(1) *Théorie de la monnaie*, Lausanne, 1886 ; *Eléments d'économie politique pure*, 4e édition, 1900, p. 297 et suivantes, et de nombreuses brochures et articles.

(2) Notre hypothèse n'est pas durement imaginaire, mais correspond à la situation des pays sous le régime du cours forcé.

Digitized by Google

La difficulté qu'on éprouve vient de ce que, la monnaie n'ayant pas d'ophélimité propre, les équations correspondantes (A) semblent ne plus exister. C'est ici qu'intervient le raisonnement qui est la pierre angulaire de la théorie de Walras. On ne garde pas une somme de monnaie pour le plaisir de la garder, mais exclusivement en vue de pouvoir obtenir, grâce à elle, des produits utiles, autrement dit en vue du service d'approvisionnement que cette somme peut rendre. La monnaie est dans la même situation que tous ces capitaux qui ne sont pas ophélimes par eux-mêmes, mais rendent des services ophélimes. La seule différence consiste en ce que la quantité du service d'approvisionnement ne dépend pas, au moins directement, de la quantité de monnaie qui y est affectée, mais de la somme des valeurs exprimées en numéraire, en vue de laquelle on garde l'encaisse. Quant au prix en numéraire de ce service, pendant la période de temps normalement considérée, il est égal au taux de l'intérêt. Nous aurons donc, pour déterminer les quantités du service d'approvisionnement, demandées par chacun au moment d'équilibre, des équations (A) qui semblaient nous faire défaut.

Appelons H_a la somme des prix des services d'approvisionnement demandés au moment de l'équilibre. Soit Q_u la quantité totale de la monnaie de circulation (quantité qui doit nous être donnée). Le

Digitized by Google

prix du service de cette monnaie se déduit immédiatement de l'équation :

$$(42) \qquad Q_u p_u' = H_a$$

Le prix de la monnaie en numéraire est facile à trouver :

$$p_u = \frac{p_u'}{i}$$

où i est le taux du revenu net.

Notre problème est donc déterminé; nous pouvions obtenir la même solution en considérant immédiatement l'encaisse elle-même, mais il était utile de faire entrer dans nos formules le prix de location du capital-monnaie.

Théoriquement, la somme H_a, étant fonction de tous les éléments de l'équilibre, dépend aussi de p_u'. Walras [1] a cru cependant pouvoir admettre que cette dépendance est tellement faible qu'il « s'en faut de peu que l'équation de la circulation monétaire, dans le cas d'une monnaie non marchandise, ne soit extérieure au système des équations de l'équilibre ». Dans ce cas, la somme H_a étant donnée, les prix p_u' et p_u ne dépendent que de la quantité Q_u de la monnaie ; il s'ensuit que, dans un système économique en équilibre, la valeur de la monnaie est inversement proportionnelle à sa quantité. Cette

[1] *Eléments*, 1900, p. 311.

Digitized by Google

conclusion, très nettement affirmée dans les premières éditions des « Eléments » de Walras, a été un peu atténuée dans la dernière. Elle représente, inutile de le dire, le principe fondamental de la théorie quantitative de la monnaie.

Si, au lieu d'un objet sans utilité, le rôle de la monnaie est joué par une des marchandises, par exemple celle qui sert de numéraire, il n'y a pas grand'chose à changer à ce qui précède. Nous pouvons considérer la partie restée marchandise et celle employée au service de la circulation comme deux marchandises différentes, et répéter le même raisonnement. Nous avons alors deux nouvelles inconnues : les quantités du produit consacrées aux deux usages, mais nous avons également deux nouvelles équations, notamment :

$$(43) \qquad \begin{aligned} Q' + Q'' &= Q \\ p_m &= p_a \end{aligned}$$

La première [1] dit que la somme des quantités partielles égale la quantité totale du produit, existante sur le marché ; la deuxième exprime l'égalité nécessaire des prix du produit considéré dans les deux usages. Le système reste déterminé ; c'est celui qui est connu sous le nom de système de l'étalon unique, ou de monométallisme.

---

[1] Dans notre système, au lieu d'écrire cette équation, il faudrait modifier l'équation (C) correspondante.

Digitized by Google

Si la quantité qui reste marchandise est très petite par rapport à Q″, la règle que la valeur de la monnaie varie en raison inverse de la quantité serait applicable à ce cas. Walras a fait cette supposition, mais elle semble s'éloigner beaucoup de la réalité.

Nous pouvons avoir deux marchandises qui circulent comme monnaie. Dans ce cas on peut démontrer qu'il manque une équation pour déterminer le problème, nous avons six inconnues nouvelles et cinq équations seulement [1]. On peut donc fixer arbitrairement une nouvelle relation entre ces grandeurs; on le fait ordinairement en fixant un rapport entre leurs valeurs [2].

---

[1] Notamment deux équations de la forme (43) pour chaque marchandise et une de la forme (42), qui sera maintenant

$$(44) \qquad Q_a''.p_a' + Q_b''.p_b' = H_a$$

[2] Cette conclusion de Walras peut sembler contredite par l'existence des pays où deux monnaies circulent parallèlement, sans qu'aucun rapport soit établi entre leurs valeurs; ce cas, qui semble avoir été plus fréquent, se présente encore en Indo-Chine où à côté des pièces frappées par l'administration française circulent encore les vieilles « sapèques » indigènes (ARNAUNÉ : *La monnaie, le crédit et le change*, 1906, chap. VII : *La monnaie de l'Indo-Chine*). Nous ne pouvons pas analyser ici cette question difficile des monnaies parallèles; il est possible que dans ces cas il faut admettre qu'il n'y a pas une encaisse désirée collective, ainsi qu'il ressort de l'équation (44), mais, étant donnée la nature des paiements dans chacune des monnaies,

Digitized by Google

Nous avons dans ce cas le système dit, improprement d'ailleurs, système du double étalon, ou, si les deux monnaies sont des métaux, bimétallisme légal. La considération du système d'équations nous permet de préciser les limites dans lesquelles le bimétallisme est effectif et au delà desquelles il se résout en monométallisme.

Les raisonnements précédents peuvent nous donner certaines précisions en ce qui concerne les suppositions et les limites de la théorie quantitative de la monnaie et la question du bimétallisme; mais il semble qu'on pourrait obtenir presque la même chose sans faire intervenir les mathématiques.

Il semble que le rôle économique de la monnaie est surtout d'un caractère dynamique. Son existence, la forme qu'elle revêt et surtout les changements de sa quantité exercent une influence considérable sur la forme des fonctions indices et la répartition des richesses entre les différentes classes de la société. Ceci donne lieu à des phénomènes économiques de grande importance dont l'étude ne fait pas partie

---

une encaisse spéciale pour chacune d'elles. Ces deux encaisses devraient de plus être probablement considérées comme fonctions des prix respectifs des monnaies.

Dans ces conditions, le problème serait déterminé; un rapport légal entre les valeurs des deux monnaies ne pourrait être fixé.

Digitized by Google

de la théorie de l'équilibre. Or, les phénomènes économiques, dits dynamiques, n'ont pas pu jusqu'à présent être utilement étudiés avec l'aide des mathématiques. Ces considérations nous expliquent en partie le peu de succès de cette méthode dans le traitement des problèmes monétaires.

* *

On a beaucoup discuté sur la question : comment mesurer la valeur de la monnaie à des époques différentes ? Cette question a un sens très net pour celui qui admet l'existence de la valeur des objets comme une de leurs propriétés, ou comme quelque chose d'absolu; par contre, elle est beaucoup moins précise, si on ne la considère que comme le rapport d'échange : la valeur d'une chose peut augmenter ou diminuer relativement à une autre, ou même par rapport à toutes les autres, mais non absolument.

Admettons donc que l'expression : augmentation, diminution de la valeur de la monnaie, ne soit qu'elliptique et tâchons d'en préciser le sens.

Si nous supposons que les fonctions-indices sont les indices d'ophélimité, leurs dérivées seront les ophélimités élémentaires (ou utilités intensives). Les prix, exprimés en monnaie, nous donnent, au point d'équilibre, les rapports des ophélimités élémentaires des marchandises à celle de la monnaie. La moyenne

Digitized by Google

des prix est égale à la moyenne de ces rapports. Nous dirons que la valeur de la monnaie augmente ou diminue, selon que la moyenne des prix diminue ou augmente.

La moyenne des rapports des ophélimités élémentaires des marchandises à celle du numéraire ne nous intéresse pas en elle-même, mais en tant qu'elle nous donne une idée de la somme de bien-être que peut procurer une certaine quantité de cette monnaie. La somme de bien-être ne peut être mesurée, nous ne pouvons donc jamais affirmer avec certitude que nous avons calculé la moyenne idéale; mais nous pouvons nous en approcher, tout au moins en faisant certaines hypothèses. On voit qu'il y a là une grande latitude, aussi ne sera-t-on pas étonné d'apprendre que les savants ont adopté successivement, pour obtenir cette moyenne idéale, à peu près toutes les combinaisons possibles : moyenne arithmétique des prix, simples, ou bien multipliés chacun par un coefficient plus ou moins arbitraire; moyenne géométrique, harmonique [1]. Comme il s'agit ici de moyennes, c'est-à-dire d'expressions mathématiques, il semble naturel que les conséquences logiques de

---

[1] C'est-à-dire, si nous avons n prix,

$$m = \frac{n}{\frac{1}{p_b} + \frac{1}{p_c} + \ldots\ldots \frac{1}{p_x}}$$

Digitized by Google

telle ou autre admission soient précisées par les règles du calcul; ceci nous donnerait, peut-être, pour choisir telle ou autre forme, des raisons plus décisives que celles qui ont été avancées jusqu'à présent. A notre connaissance cependant, il n'existe pas dans cet ordre d'idées de tentative ayant donné des résultats satisfaisants.

Digitized by Google

CHAPITRE VI

LA THÉORIE DE L'ÉQUILIBRE ÉCONOMIQUE

(*Suite et fin*)

1. Place de la nouvelle théorie dans la science Principales objections

Il nous reste à examiner ce qu'apporte à notre science la théorie mathématique de l'équilibre représentée par le système (Ω) (complet, ou bien réduit à une partie de ses équations).

Premièrement, elle nous sert à remplacer ce qu'on appelle communément la théorie de la valeur.

En général on croyait, et beaucoup de personnes croient encore, qu'il est possible de trouver la cause de la valeur, c'est-à-dire une raison unique qui expliquerait le fait même qu'une chose s'échange contre une certaine quantité d'une autre chose et déter-

Digitized by Google

minerait en même temps le rapport d'échange [1]. Cette manière d'envisager le problème a de graves défauts ; nous avons vu que le rapport d'échange dépend de nombreuses conditions; en cherchant une cause unique on est amené nécessairement à faire abstraction de la plupart d'entre elles (on le faisait en considérant le « cas moyen ou normal », *cœteris paribus,* etc... et souvent sans même se demander si les suppositions admises ne contiennent pas de contradiction), un tel procédé est évidemment arbitraire : les influences négligées peuvent être aussi importantes que celles qu'on considère.

La notion même de la « cause de la valeur » est encore plus incorrecte; les grandeurs économiques dépendent les unes des autres et réagissent mutuellement les unes sur les autres : ce qu'on a admis comme cause de la valeur se trouve influencé par la valeur elle-même. Le cas de la théorie qui affirmait que la cause de la valeur se trouve dans le coût de production, c'est-à-dire dans la valeur d'autres objets, est trop connu pour qu'il soit nécessaire d'insister là-dessus. Mais des relations analogues, quoique moins choquantes, existent également entre la valeur et l'utilité limite et, même, la quantité du

---

[1] Certains sont même allés plus loin et ont considéré la valeur comme quelque chose d'absolu, comme une propriété inhérente aux marchandises.

Digitized by Google

travail nécessaire à la production de l'objet considéré [1].

On commet donc deux erreurs en recherchant la cause de la valeur au lieu de demander simplement comment se déterminent les prix : on néglige arbitrairement l'influence qu'exercent certains éléments ; on établit des rapports de cause à effet là où il y a en réalité des relations de dépendance mutuelle.

En examinant le problème de plus près il est facile de voir que toutes les grandeurs économiques agissent les unes sur les autres. Les prix ne peuvent donc être déterminés autrement qu'en même temps que les autres grandeurs.

La théorie de l'équilibre exprime, développe et précise cette idée de dépendance mutuelle et de détermination simultanée de toutes les grandeurs économiques. En nous apprenant que les prix [2] doivent

---

[1] Cette assertion peut paraître paradoxale; il est indéniable, pourtant, que le travail, nécessaire en moyenne à la production d'une unité de la marchandise, peut dépendre de la quantité totale produite; mais celle-là, étant égale à la quantité consommée, dépend, entre autres, du prix de vente. On pourrait citer encore d'autres cas de dépendance entre ces grandeurs.

[2] Ceci s'applique aussi bien aux prix des marchandises qu'à ceux des services personnels ou autres et des matières naturelles ; la théorie de l'équilibre réunit donc, sous un seul et même principe, ce qui a été l'objet de théories distinctes et discordantes.

Digitized by Google

atteindre des hauteurs telles que soient remplies les différentes conditions que suppose l'équilibre, autrement dit que soient satisfaites les équations (Ω), la théorie nous donne la seule solution correcte du problème que nous envisageons. C'est en ce sens que la théorie de l'équilibre remplace celles de la valeur. Elle présente sur ces dernières l'avantage d'être plus générale et plus correcte et de ne recourir à aucune hypothèse impossible à vérifier, ni, en général, à aucune création d'ordre métaphysique.

Le principal défaut de la théorie consiste dans son caractère extrêmement abstrait; en ce qui concerne la possibilité d'appliquer ses conclusions à l'explication des faits réels, elle se trouve dans une situation beaucoup plus défavorable que la mécanique rationnelle. Nous avons admis une manière d'agir, en partie seulement conforme à la réalité, une faculté d'adaptation infiniment supérieure à celle qui existe réellement, des conditions économiques qui ne se réalisent que très approximativement ; nous avons substitué partout des grandeurs et fonctions continues aux grandeurs et fonctions discontinues qui se rencontrent en réalité. Ces abstractions sont partiellement justifiées par le fait qu'elles correspondent presque toujours à des tendances effectives, mais ce sont souvent des tendances très peu prononcées.

Une autre raison, très importante également, vient

Digitized by Google

éloigner de la réalité les relations synthétisées par (Ω), c'est le changement continuel des éléments du système et des conditions [1] générales dans lesquelles se produit le phénomène. Ces changements sont pour une bonne partie le produit de la vie économique elle-même. Les conditions des problèmes dépendent dans une certaine mesure des valeurs que les variables atteignent au moment de l'équilibre. Une question se pose alors : n'avons-nous pas, en étudiant l'équilibre *dans certaines conditions supposées stationnaires,* commis une faute analogue à celle que nous reprochons aux autres; n'avons-nous pas distrait arbitrairement de l'ensemble une partie des relations économiques ? En négligeant la dépendance dont nous venons de parler, c'est-à-dire l'influence des grandeurs économiques sur les conditions des problèmes [2], ne cherchons-nous pas à résoudre un problème qui ne saurait exister ?

---

[1] Quand nous parlerons plus loin des conditions du problème, nous comprendrons l'ensemble des fonctions indices et des liaisons.

[2] On pourrait découvrir des analogies mécaniques de ces influences, mais elles semblent n'avoir aucune importance dans l'étude des problèmes réels. Au contraire, en économie, une dépendance de ce genre se rencontre souvent en réalité.

En général, toutes les objections qu'on fait à l'économie pure pourraient être dirigées contre la mécanique rationnelle, seulement dans un bien moindre degré.

Digitized by Google

Les reproches que contiennent ces interrogations ne semblent pas fondés. Il est certain que la théorie de l'équilibre ne nous donne qu'une première approximation, très grossière, des phénomènes économiques. Il est certain également que l'évolution des conditions économiques, sous l'action de leurs conséquences, peut donner lieu à des phénomènes réguliers très importants et que la science doit étudier. Il faut se rappeler, enfin, que les notions « équilibre », « valeurs que les grandeurs atteignent au moment de l'équilibre », n'ont pas de signification absolue et ne sont que l'expression de certaines tendances. Ces réserves faites, nous avons parfaitement le droit d'étudier séparément les relations « statiques » c'est-à-dire en supposant stationnaires les conditions des problèmes). Elles présentent un système homogène et sont nettement distinctes de celles dont nous faisons abstraction. Elles ont d'abord un caractère de généralité et de nécessité beaucoup plus prononcé. Si nous considérons un problème déterminé, nous voyons que la variation d'une des grandeurs économiques (prix, quantités initiales, produites, échangées, etc.) entraîne nécessairement, par suite de la tendance indéniable des individus à satisfaire leurs goûts, des variations dans les autres grandeurs. Elle peut également produire après quelque temps un changement dans les fonctions indices ou dans la forme de telle ou autre

Digitized by Google

liaison, l'expérience nous apprend qu'une dépendance de ce genre existe souvent en réalité; mais bien souvent aussi, elle fait défaut. Autant que nous savons, certaines grandeurs des variables sont nécessaires pour qu'on puisse imposer au problème telle ou autre condition, mais non suffisantes pour expliquer ces dernières, il n'existe pas entre elles de correspondance univoque ; nous pouvons donc, sans contradiction logique, supposer ces dernières invariables.

Deuxièmement, l'équilibre pourrait, en théorie pure, être conçu comme s'établissant immédiatement (ceci a lieu, si nous attribuons aux individus une connaissance parfaite de leurs goûts et de l'état du marché et une faculté d'adaptation immédiate); au contraire, les changements des conditions du problème ont, même en théorie, besoin d'une certaine période de temps pour s'effectuer: Pendant une telle période, nous avons toujours le droit de considérer un état économique stationnaire.

Cette notion est, comme nous voyons, parfaitement admissible; elle ne contient aucune contradiction logique; en pratique elle se trouve approximativement réalisée pendant des périodes de durée moyenne.

En résumé, la théorie de l'équilibre synthétisée par le système (Ω) nous donne une image complète d'une catégorie, très bien déterminée, de tendances écono-

Digitized by Google

miques, de celles notamment qui sont les plus générales. Elle laisse de côté un certain nombre de tendances secondaires qui parfois peuvent être très fortement prononcées et, ensuite, évidemment toutes les influences passagères ou accidentelles, etc... Elle peut par suite se trouver très souvent en contradiction avec les faits. Ceci a été d'ailleurs le sort de toutes les théories sur la valeur. Celle que nous avons exposée présente, à ce point de vue encore, deux avantages sur les autres : elle prend en considération plus d'éléments (a donc moins de chances de se trouver en désaccord avec les faits) ; en cas de désaccord elle permet de voir beaucoup plus facilement où se trouve la cause perturbatrice, car ses prémisses ont été précisées avec beaucoup plus de soin que celles de n'importe quelle autre théorie [1].

---

[1] Il ne semble pas que les considérations développées dans le texte présentent des difficultés ; toutefois, nous tâcherons de les éclairer par le très simple exemple suivant: un produit (A), dont la production coûte dix francs, se vend douze francs sur le marché; suivant la théorie dite du coût de production, il existe une tendance à la baisse du prix. Mais, si nous considérons l'utilité marginale de ce produit relativement à celle de la monnaie (ou les différents objets qu'on peut se procurer pour un franc), nous trouverons qu'elle est de 15; en tenant compte de cet élément seulement, nous conclurons que la tendance est à la hausse. Des considérations sur la marche des salaires, du taux de l'intérêt, etc., nous donneraient encore d'autres résultats. Supposons qu'en tenant compte de tous ces éléments c'est

Digitized by Google

Une deuxième grande objection s'attaque à la base même de la théorie de l'équilibre : elle nie la possibilité d'envisager comme système indépendant les relations entre les grandeurs économiques. Il n'existe, dit-on [1], aucune dépendance directe entre les quan-

---

précisément le chiffre de douze francs qui correspond au point d'équilibre; dans ce cas, la tendance est au maintien du prix existant, quoique des raisons transitoires peuvent le faire osciller autour de cette limite.

Mais en dehors de ces influences statiques d'autres peuvent opérer; elles ont pu se développer grâce à des raisons économiques, ou bien en être parfaitement indépendantes. C'est ainsi, par exemple, que le fait de toucher pendant un certain temps un salaire d'une hauteur déterminée a réagi sur les dispositions des ouvriers, de manière à les rendre plus exigeants ou, au contraire, moins résistants à la pression patronale. Ou bien la production dont il s'agit était, jusqu'à présent, contrôlée par un cartel, mais comme les conditions économiques y favorisent les petites exploitations, le nombre de ces dernières est devenu tellement grand que le cartel ne peut plus se maintenir. Voici deux exemples où les conditions du problème changent pour des raisons économiques; leurs changements réagiront évidemment sur les prix; la théorie de l'équilibre, strictement parlant, n'enregistrera ces tendances que quand les changements correspondants seront intervenus; à plus forte raison pour des influences accidentelles — changement de mode, découverte qui bouleverse les procédés de production. Mais toute théorie de la valeur fera de même.

[1] Voir par ex.: OTHMAR SPAHN : *Die Mechanisch-mathematische Analogie in der Volkswirtschaftslehre*, Archiv. f. Sozialwissenschaft, 1910, p. 795 et suivantes.

Digitized by Google

tités de différents biens; leurs relations sont tout au plus une image incomplète des rapports entre les individus, rapports qui, d'ailleurs, intéressent seuls la science; il est donc incorrect de présenter les quantités en question comme formant un système où elles sont influencées les unes par les autres. Il semble que la difficulté logique n'existe ici que pour ceux qui cherchent la relation de causalité au fond de la notion de dépendance. Or, dans le système économique, aussi bien que dans le système mécanique, l'interdépendance des éléments ne suppose pas nécessairement une action directe des uns sur les autres; pour que la première existe, il suffit qu'un changement d'un de ces éléments provoque des phénomènes qui ont pour résultat un changement d'un autre élément. Il est évident qu'une dépendance de ce genre existe entre les quantités des biens, les prix, etc... parce que toutes ces grandeurs ne sont envisagées par la théorie de l'équilibre qu'autant qu'elles sont l'objet ou le moyen des actions humaines. La question se présente alors de la façon suivante : les grandeurs considérées caractérisent-elles les actions et les situations des personnes d'une manière suffisante pour pouvoir former un système indépendant ? [1]. Il est certain que, même au point

[1] Pour éviter tout malentendu possible, notons qu'il ne s'agit pas de grandeurs dans des cas particuliers — il est

Digitized by Google

de vue strictement économique et en admettant sans restriction les principes de l'économie pure, les actions humaines ne sauraient être pleinement caractérisées par les fonctions de l'offre et de demande. Suivant des cas auxquels ne correspond aucune caractéristique de ces fonctions, elles (les actions) pourront avoir des conséquences économiques différentes. Un exemple précisera mieux notre pensée.

Figurons-nous un groupe dont les membres échangent entre eux des produits sans intervention d'une monnaie quelconque; parmi les produits, il en est un qui donne lieu à des transactions beaucoup plus importantes que les autres. Supposons que, voyant la facilité avec laquelle cette chose s'échange, une partie des intéressés consente petit à petit à en prendre certaines quantités, non en vue de la consommation, mais dans l'idée de les échanger contre d'autres produits; cette circonstance, augmentant encore la facilité de l'échange, fera graduellement de l'objet considéré une véritable monnaie. Le fait que de nombreuses personnes trouvent ophélime de

---

évident que mon action économique n'est pas du tout définie par le fait que j'ai acheté tant de A au prix p_{ax} — mais de tout un système de grandeurs, c'est-à-dire des fonctions d'offre et de demande (ou bien des fonctions indices). C'est donc dans ce sens qu'il faut comprendre notre phrase sur les quantités caractérisant les actions.

Digitized by Google

prendre régulièrement d'assez grandes quantités de cet objet est caractérisé par les mêmes données quantitatives (les mêmes fonctions indices), qu'il s'agisse du point de départ de l'évolution précédemment décrite ou de n'importe quel acte d'échange de même envergure. Suivant les circonstances, la mentalité des échangeurs, etc... les transactions suggéreront ou ne suggéreront pas l'idée d'une valeur absolue du produit considéré, idée qui est au fond de l'origine de la monnaie. Les phénomènes, quoique caractérisés par les mêmes systèmes de grandeurs, auront évidemment une portée économique très différente.

On pourrait faire varier les détails, par exemple supposer des achats considérables à la Bourse. Suivant la manière dont ont été exécutées les opérations, les personnalités des acheteurs, la psychologie du marché [1], etc..., ces achats peuvent faire croire ou non à telle ou autre tendance prochaine des prix et orienter la spéculation dans telle ou autre direction. Ici encore, nous aurons des effets économiques très différents.

En considérant attentivement ces exemples, qu'on pourrait multiplier, nous voyons que les actions

---

[1] Il ne s'agit pas de fonctions indices qui, par hypothèse, sont toujours supposées les mêmes au commencement de la transaction.

Digitized by Google

économiques, autant qu'elles ne sont pas caractérisées par des données quantitatives, n'agissent que sur les conditions des transactions futures, mais n'ont aucune influence sur la détermination du point d'équilibre [1]. Tant que les éléments du système, c'est-à-dire les liaisons et les formes des fonctions indices, ne changent pas, et quels que soient les phénomènes qui doivent intervenir ultérieurement, les relations entre les grandeurs économiques tendront à s'approcher de celles qui nous sont données par les équations (Ω); et nous venons de voir que nous pouvons toujours supposer ces éléments stationnaires pendant une certaine période; le système (Ω) peut donc parfaitement subsister sans contradiction intérieure.

*
* *

Les objections soulevées contre la théorie de l'équilibre se réduisent en définitive à une constatation assez simple : cette théorie n'épuise pas la science économique. Personne à notre connaissance n'a songé à confondre ces deux choses. Des domaines

---

[1] Ceci pouvait d'ailleurs paraître évident dès le début, du moment qu'une action n'est pas, dans des conditions données, caractérisée par des quantités, c'est que réciproquement elle ne réagit pas sur ces quantités (tant que les conditions restent les mêmes).

Digitized by Google

considérables de l'économie, même pure, restent en dehors de la théorie de l'équilibre, cette dernière n'en est pas moins d'une importance capitale pour la science.

*
* *

La considération générale du système (Ω) dans son ensemble nous permet certaines conclusions intéressantes; les unes sont d'ordre critique et méthodologique; d'autres présentent des propositions positives. La considération du même système dans des cas particuliers, autant qu'elle est possible [1], nous donne des propositions de portée limitée, des schémas qui peuvent servir à expliquer, grouper, classifier les faits concrets et qui, convenablement complétés, deviendront les théorèmes de l'économie appliquée.

Un des principaux mérites de la théorie de l'équilibre est qu'elle permet de faire facilement justice de toutes les théories simplistes, partant inexactes, de la valeur, de la répartition, etc..., rien qu'en nous montrant le nombre des conditions qui doivent être satisfaites pour que l'équilibre puisse, au moins théoriquement, avoir lieu (la pratique étant d'ail leurs plus compliquée encore que la théorie).

Nous avons parlé déjà des théories de la valeur

---

[2] Voir plus bas, section 3 du même chapitre.

Digitized by Google

et nous n'y reviendrons pas. Par contre, il nous faut dire quelques mots sur celles de la répartition.

Une première erreur est la conception des parts du produit, revenant naturellement à chacun des facteurs de la production. Entendons-nous d'abord sur les termes : dans des conditions économiques déterminées, la rémunération de chaque facteur, c'est-à-dire le prix de chaque service, est fixé par l'ensemble des éléments de l'équilibre, ou, si l'on veut, « naturellement », non pas arbitrairement, ni par artifice. Tant qu'on se borne à cette constatation, il n'y a rien à redire, mais la conception que nous critiquons a en général un autre sens. On suppose qu'une fois connues les valeurs des objets et la manière dont ils ont été produits, ceci suffit pour déterminer les parts qui doivent revenir à chacun des facteurs de la production, et on refuse à tout autre élément la possibilité d'exercer une influence.

L'erreur d'une telle manière d'envisager le problème nous est facile à découvrir : on y a négligé la dépendance mutuelle de certains éléments ; ainsi les quantités de services y sont implicitement supposées constantes, tandis qu'en réalité elles dépendent des prix de ces services ; les valeurs des objets et le mode de production ne peuvent pas également être déterminés indépendamment des prix des services, etc... Toutes ces relations sont, d'ailleurs, liées entre elles, et l'oubli de l'une conduit à négliger les autres.

Digitized by Google

La conception des parts naturelles, inexacte en elle-même, l'est encore davantage par les conclusions qu'on en tire, celle notamment que la rémunération d'un facteur de production est égale à la valeur par lui créée ; de là il n'y a qu'un pas à admettre qu'elle lui revient (respectivement à son propriétaire) logiquement et en toute justice. Des idées de ce genre sont absolument fausses : il n'existe pas de valeur pouvant être créée par les facteurs de production, mais seulement des rapports d'échange, déterminés par tous les éléments de l'équilibre. Mais, quand, au lieu de considérer cet ensemble, on oppose l'un à l'autre deux éléments du système, on suggère nécessairement l'idée d'un rapport de cause à effet entre ces éléments ; et inversement, l'inexactitude d'une telle idée saute aux yeux dès qu'on envisage les multiples rapports d'interdépendance.

Quant à la question de la justice, elle n'est pas du domaine de l'économie politique. Le fait que les services doivent obtenir une rémunération d'une certaine hauteur pour que l'équilibre puisse exister ne dit absolument rien sur l'équité de cette rémunération. Déjà la circonstance que nous considérons le problème dans des conditions déterminées, c'est-à-dire sous un régime économique qui n'est qu'un des nombreux types théoriquement possibles, devrait suffire à faire voir qu'on ne peut attribuer à aucun des résultats de cette étude la valeur d'un critérium

Digitized by Google

moral. Toute tentative de trouver dans l'analyse économique la base d'une juste répartition des richesses est *a priori* vouée à un échec et n'aboutit qu'à fausser cette analyse elle-même. La théorie de l'équilibre, en donnant à la nature de la valeur son sens économique précis et en la dégageant des idées de causalité, nous préserve efficacement contre une confusion des points de vue qui a été une source d'erreurs pour les plus éminents penseurs.

Le système (Ω), ainsi que nous l'avons vu, nous apprend que dans le cas général tous les services atteignent des prix d'une certaine hauteur. Ceux qui affirment qu'une rémunération, économiquement nécessaire, ne revient qu'à certains facteurs, commettent donc une erreur, qui n'est pas sans analogie avec la précédente.

La rente foncière a été longtemps considérée comme un phénomène exceptionnel et traitée d'une façon différente des autres formes du revenu. La théorie de l'équilibre nous montre que ce phénomène n'est pas limité aux capitaux fonciers, mais s'étend à tous ceux dont la production n'est pas soumise à la libre concurrence.

C'est encore par erreur qu'on raisonne quelquefois comme si le revenu à répartir était une somme invariable qu'il s'agit de diviser entre plusieurs parts ; dans ces conditions toute augmentation de l'une doit être compensée par une diminution égale

Digitized by Google

des autres. La théorie de l'équilibre, en nous montrant la dépendance entre le prix de vente, le coût de production et la quantité produite, la variabilité économique des coefficients de production, etc., nous fait voir clairement qu'il est impossible de considérer l'ensemble du revenu comme immuable, quand varie la rémunération d'un service producteur.

***

Les équations du système Ω sont établies dans l'hypothèse que chacun (que ce soit un individu ou une collectivité d'individus) est absolument libre dans ses actions économiques. La théorie peut cependant quelquefois s'appliquer utilement à des cas où la liberté est limitée par des dispositions législatives ou corporatives, sans que cette limitation aille jusqu'à la disparition complète des individualités économiques. Des cas de ce genre se présentent quand on cherche à fixer arbitrairement certaines grandeurs (prix, quantités produites, salaires, temps de travail, taux de l'intérêt, etc...); l'étude du système nous permet souvent de juger dans quelles conditions des opérations de ce genre peuvent réussir : en effet, pour que l'équilibre subsiste, il faut retrancher du système un nombre d'équations égal à celui des inconnues qu'on s'est donné (ceci revient à dire, qu'il faut que certaines conditions puissent ne pas être remplies). Avec le raisonnement ordinaire l'ana-

Digitized by Google

lyse est toujours incomplète, car elle s'égare dans le très grand nombre de conditions; avec un système d'équations, au contraire, on voit facilement s'il y a parmi elles un nombre suffisant qui, à la rigueur, pourraient ne pas être satisfaites ; on peut même conclure approximativement quelle serait l'influence de la fixation arbitraire de certaines grandeurs sur les autres, laissées indéterminées. Si les résultats de cet examen peuvent correspondre à la réalité, l'opération est théoriquement possible, sinon toute tentative sera vaine. Nous avons examiné un cas de ce genre dans la première section du chapitre V ; ici nous donnerons un autre exemple. Supposons que le gouvernement (ou un syndicat de producteurs) ait fixé la quantité à produire d'un objet Y. Pour que l'équilibre puisse subsister, il faut retrancher une équation. Essayons d'effectuer cette suppression parmi le groupe D [1]. Alors l'égalité entre les recettes des entreprises et le coût de production n'existerait

---

[1] Ou plutôt son remplacement par une nouvelle équation de la forme

$$\Pi_y + \xi = Y.p_y$$

qui en même temps introduit une nouvelle inconnue ξ, somme des bénéfices (ou des pertes) de l'entrepreneur, ceci pour pouvoir écrire l'équation (E)

$$A' + \xi = A$$

et les autres équations (E). Comparez l'étude du monopole de la production, p. 220.

Digitized by Google

plus ; si la différence est positive, cet état peut se maintenir indéfiniment, la concurrence étant par définition limitée. Mais si les quantités sont fixées (par exemple, par un gouvernement pour des raisons politiques ou autres) de telle façon que la différence est négative, la production ne saurait évidemment se poursuivre pendant longtemps. Dans ce cas la condition exprimée par l'équation D doit être remplie, et nous ne pouvons pas supprimer cette dernière. Il faut donc chercher ailleurs, par exemple parmi les équations (A) ; une d'elles peut être retranchée, s'il existe un consommateur qu'on peut obliger à prendre une quantité de marchandise, autre que celle qui satisfait ses goûts. Telles sont les conséquences (ou les conditions) d'une fixation de la quantité à produire ; nous voyons qu'il n'y a pas de règle générale ; suivant les cas elle est ou n'est pas possible. L'application des principes généraux de la théorie de l'équilibre nous permet de traiter de la même façon tous les cas de ce genre.

*
* *

Des considérations analogues à celles que nous avons développées pour l'équilibre individualiste peuvent également s'appliquer à l'étude d'une société collectiviste (type III du professeur Pareto). Les nécessités d'une organisation rationnelle de la production y feraient introduire les notions d'équivalence

Digitized by Google

(remplaçant les prix), de coefficients de production, etc.... que nous avons vues dans l'économie individualiste [1].

Grâce au théorème du maximum d'ophélimité, que nous exposons dans la section suivante, on peut démontrer une curieuse relation entre les économies individualiste et collectiviste.

Supposons deux sociétés fermées, identiques à tous les points de vue, sauf que dans l'une la production est complètement socialisée, tandis que dans l'autre elle est individuelle et tous les phénomènes ont lieu strictement suivant le type I. Supposons que, pour des raisons que nous n'examinerons pas, la première a adopté un mode de répartition du revenu identique à celui qui dans la deuxième résulte des actions économiques. Dans ces conditions l'équilibre des deux sociétés aura lieu au même point (prix, quantités, coefficients de production, etc.), quoique dans l'une il soit le résultat des tendances à obtenir le maximum d'ophélimité individuelle, dans l'autre — de la recherche du maximum de bien-être collectif.

---

[1] Voir à ce sujet l'intéressante étude de BARONE : *Il ministero della produzione nello stato collectivista, Giornale degli economisti*, 1908, II, p. 267 et suivantes.

Digitized by Google

2. Le théorème de V. Pareto sur le maximum d'ophélimité

Enfin le système (Ω) nous permet d'étudier certaines conséquences des différents régimes économiques pour le bien-être des personnes qui prennent part aux transactions.

Walras, déjà, croyait avoir démontré que la libre concurrence assurait aux échangeurs le maximum d'utilité. Cette question a été étudiée depuis par Launhardt, Auspitz et Lieben, Wicksell, Barone et surtout V. Pareto qui s'en est beaucoup occupé.

Pareto a démontré que le maximum d'ophélimité (en donnant à cette expression la signification que nous expliquerons tout à l'heure) a lieu au point d'équilibre pour les phénomènes du type I (plus ou moins correctement dit libre concurrence). C'est cette proposition que nous allons examiner maintenant.

L'auteur définit le maximum d'ophélimité de la façon suivante : « ... les membres d'une collectivité jouissent, dans une certaine position, du maximum d'ophélimité, quand il est impossible de trouver un moyen de s'éloigner très peu de cette position, de telle sorte que l'ophélimité dont jouit chacun des individus de cette collectivité augmente ou diminue [1] ».

---

[1] *Manuel*, p. 354. La possibilité de diminution est envi-

Digitized by Google

Symboliquement, Pareto expose cette définition de la façon suivante. Si nous nous éloignons très peu de la position d'équilibre, il s'ensuivra pour les différentes personnes des variations d'ophélimité totale individuelle (en supposant que cette grandeur existe et que c'est elle que représentent les fonctions indices)

$$\delta \Phi_1 \ , \ \delta \Phi_2 \ , \ \delta \Phi_3$$

Considérons l'expression

$$\frac{1}{\varphi_{1.a}} . \delta \Phi_1 + \frac{1}{\varphi_{2.a}} . \delta \Phi_2 + \ldots\ldots$$

où $\varphi_{1.a}, \varphi_{2.a} \ldots\ldots$ sont comme toujours les dérivées des fonctions indices par rapport à a; cette expression ne peut devenir nulle que si une partie des $\delta \Phi$ est positive et l'autre négative ; par conséquent l'équation :

$$(45) \qquad O = \frac{1}{\varphi_{1.a}} \delta \Phi_1 + \frac{1}{\varphi_{2.a}} . \delta \Phi_2 + \ldots\ldots$$

correspond à la définition du maximum d'ophélimité donnée ci-dessus [1].

---

sagée ici pour donner plus de généralité à l'exposition mathématique de la question.

Il faut d'ailleurs supposer que l'ophélimité dont jouissent certaines personnes peut rester constante.

[1] Il pourrait sembler que ces deux expressions ne sont pas identiques et que la définition verbale peut être satisfaite, même si l'équation (45) n'a pas lieu, pourvu qu'une

Digitized by Google

Nous voyons qu'il ne s'agit pas ici d'un maximum absolu, qui ne saurait être atteint que si tout le monde avait de tout à satiété — hypothèse impossible. Il ne s'agit pas non plus d'un maximum de la somme des ophélimités individuelles (idée qui, il faut l'avouer, correspond le mieux aux mots « maximum d'ophélimité pour la collectivité ») ; ces dernières ne peuvent pas être comparées entre elles, nous ne pouvons pas en faire la somme, elle n'aurait aucun sens.

Strictement, on ne devrait peut-être pas parler du « maximum d'ophélimité » ; ces mots, dans l'acception de Pareto, ne sont, si l'on veut, qu'une expression elliptique pour désigner l'ensemble des faits caractérisés par l'équation (45).

Cet ensemble de faits a une signification économique très nette et qu'il est facile de découvrir. Considérons le rapport $\frac{1}{\varphi_{1.a}}.\delta\Phi_1$, autrement dit le rapport de la variation de l'ophélimité totale à

---

partie des membres soit positive, une autre négative. Ceci n'est pas exact; si les membres positifs l'emportaient sur les négatifs, on pourrait, en partageant entre ceux qui ont subi des pertes une partie du gain des autres, compenser ces pertes et arriver à ce résultat que toutes les ophélimités varient dans un sens positif, sauf celles qui ne changent pas. Si la somme des membres négatifs était plus forte que celle des autres, nous aurions le résultat inverse. La définition donnée plus haut ne serait donc pas satisfaite.

Digitized by Google

l'ophélimité élémentaire du produit A. Il est évident que ce rapport est égal à une quantité du produit A (celle, notamment, dont l'usage direct ou indirect [1] produirait la variation d'ophélimité $\delta \Phi_1$). Autrement dit, la variation $\delta \Phi_1$ est celle que subirait l'ophélimité de l'individu si son avoir augmentait de la quantité de A égale à $\frac{\delta \Phi_1}{\varphi_{1.a}}$. Il en est ici de même des variations $\delta \Phi_2$ ..... Dans ces conditions le polynome

$$(46) \qquad \frac{1}{\varphi_{1.a}} . \delta \Phi_1 + \frac{1}{\varphi_{2.a}} . \delta \Phi_2 + \ldots\ldots$$

exprime la somme des quantités (positives ou négatives) de A qui, ajoutées respectivement à l'avoir de chacun, procureraient des variations positives ou négatives d'ophélimité $\delta \Phi_1$, $\delta \Phi_2$, Et l'équation (45) nous dit que, dans cette somme, les quantités négatives de A équilibrent les quantités positives. Pour que le maximum d'ophélimité, dans l'acception de Pareto soit atteint, il faut et il suffit que les variations possibles des ophélimités individuelles soient égales à celles qui résulteraient des variations respectives des quantités de A dont la somme est nulle. Nous dirons de même que l'ophélimité de la collectivité augmente, quand ces variations individuelles corres-

---

[1] En supposant qu'on l'emploie d'une manière conforme aux goûts. [Voir plus bas, formules (49) et (50)].

Digitized by Google

pondent à un accroissement de la quantité A, et qu'elle diminue dans le cas contraire. Mais il faut toujours se rappeler que ce sont des locutions elliptiques.

Nous n'allons pas nous étendre sur la question si le terme d'ophélimité est indiqué ici et s'il ne serait pas préférable d'employer celui de richesse [1]. Il semble qu'on peut conserver la première expression, en ayant soin de traiter la question en dehors du problème de répartition.

« Il y a, dit Pareto [2], deux problèmes à résoudre pour procurer le maximum de bien-être à une collectivité. Il faut d'abord fixer les règles de distribution que l'on juge à propos d'établir... Ces règles étant adoptées on peut chercher quelle position donne, toujours en suivant ces règles, le plus grand bien-être possible aux individus de la collectivité. » Cette distinction est assez facile à faire si l'on étudie une économie collectiviste ; par contre elle présente de graves difficultés si l'on considère une société individualiste : en effet, les règles de la répartition n'y

[1] Remarquons que ce dernier s'emploie souvent pour désigner la somme des produits et services ; dans cette acception, il ne nous convient pas dans le cas actuel, car il ne tient pas compte de l'effort pénible qu'exige la production ; c'est une raison importante en faveur du terme « ophélimité ».

[2] *Economie mathématique*, p. 624.

Digitized by Google

sont pas fixées et toute intervention dans cette matière ne peut se faire qu'en agissant sur les liaisons du système, c'est-à-dire en altérant les forces qui doivent produire le maximum d'ophélimité.

La proposition que le régime de la libre concurrence permet de réaliser la plus grande utilité pour la société a été énoncée bien avant Walras, mais elle n'a jamais été bien précisée et délimitée, encore moins démontrée strictement. On l'étayait par des arguments vagues ou fragmentaires comme, par exemple, le raisonnement suivant : sous le régime de la libre concurrence tout le monde est obligé de procurer toute l'utilité possible aux autres, car, s'il ne le faisait pas, il serait supplanté par un concurrent qui tout en augmentant le bien-être de la collectivité réaliserait un bénéfice. Un tel raisonnement est manifestement insuffisant.

Le mérite de l'économie mathématique a été de préciser la question, de donner au théorème une démonstration rigoureuse et de déterminer exactement les limites dans lequel il est valable.

Le théorème est très facile à démontrer pour le cas de l'échange simple à prix constants [1].

Nous prenons les variations des bilans individuels (en y faisant varier toutes les grandeurs sauf les

---

[1] Voir PARETO : *Manuel*, pp. 649-650.

Digitized by Google

quantités initiales), autrement dit les variations des équations (B) de la p. 188. (Nous rappellerons que c'est x qui joue ici le rôle de numéraire.)

$$(47)\quad \begin{aligned} &\delta x_1 + p_y \delta y_1 + p_z \delta z_1 + \ldots\ldots + \\ &\quad + (y_1 - y_{1.0}) \delta p_y + \ldots\ldots = 0 \\ &\delta x_2 + p_y \delta y_2 + p_z \delta z_2 + \ldots\ldots + \\ &\quad + (y_2 - y_{2.0}) \delta p_y + \ldots\ldots = 0 \end{aligned}$$

. . . . . .

(il est évident que la variation totale de chaque bilan doit être identiquement nulle).

Sommons les (47). Par suite des équations (C) la somme des membres contenant δp_y, $\delta p_z \ldots\ldots$ doit s'annuler séparément et nous aurons (en posant

$$\begin{aligned} X &= x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots \\ Y &= y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots \\ Z &= z_1 + z_2 + z_3 + \ldots\ldots) \end{aligned}$$

l'équation

$$(48)\quad \delta X + p_y \delta Y + p_z \delta Z + \ldots\ldots = 0.$$

D'autre part nous avons les relations

$$(49)\quad \begin{aligned} \delta \Phi_1 &= \varphi_{1\cdot x} \delta x_1 + \varphi_{1\cdot y} \delta y_1 + \ldots\ldots \\ \delta \Phi_2 &= \varphi_{2\cdot x} \delta x_2 + \varphi_{2\cdot y} \delta y_2 + \ldots\ldots \end{aligned}$$

. . . . . .

ou bien, en divisant par $\varphi_{1\cdot x}, \varphi_{2\cdot x} \ldots\ldots$ et en vertu des équations (A)

$$(50)\quad \begin{aligned} \delta \Phi_1 \cdot \frac{1}{\varphi_{1\cdot x}} &= \delta x_1 + p_y \delta y_1 + \ldots\ldots \\ \delta \Phi_2 \cdot \frac{1}{\varphi_{2\cdot x}} &= \delta x_2 + p_y \delta y_2 + \ldots\ldots \end{aligned}$$

. . . . . .

Digitized by Google

en sommant ces équations nous obtenons :

$$\delta \Phi_1 . \frac{1}{\varphi_{1 \cdot x}} + \delta \Phi_2 . \frac{1}{\varphi_{2 \cdot x}} + \ldots\ldots$$
$$= \delta X + p_y \delta Y + p . \delta Z + \ldots\ldots$$

Mais le deuxième membre de cette équation est égal au premier membre de l'équation (48) par suite

$$\delta \Phi_1 . \frac{1}{\varphi_{1 \cdot x}} + \delta \Phi_2 \frac{1}{\varphi_{2 \cdot x}} + \ldots\ldots = 0.$$

Certains autres cas particuliers se traitent également d'une façon très simple. On démontre, par exemple, très facilement que, grâce à la libre concurrence, la répartition de l'épargne entre les différentes formes des capitaux se fait de manière à assurer le maximum d'effet utile.

Il fallait étendre ces considérations à la production et les généraliser. Nous le devons à Pareto, qui a traité cette question plusieurs fois, notamment dans le *Giornale degli Economisti* 1895 et 1902, dans son *Cours* et le *Manuel;* c'est dans l'édition française de ce dernier qu'il a donné la démonstration la plus générale. Nous n'allons pas reproduire ici ses études assez longues et compliquées. Dans les premières, l'auteur fait voir que les coefficients de production, tels qu'ils sont déterminés par les entrepreneurs sous le régime de la libre concurrence, sont les mêmes qu'on fixerait dans le but d'atteindre le maximum d'ophélimité pour la collectivité. En effet, les équa-

Digitized by Google

tions qui les déterminent dans les deux cas peuvent être déduites les unes des autres.

La démonstration donnée dans le *Manuel* [1] suit un cours différent. L'auteur considère un système en équilibre et y fait varier comme précédemment de quantités infinitésimales les grandeurs des variables; ensuite il étudie au moyen du calcul les conséquences de ces variations et recherche dans quelles conditions elles renfermeront l'équation (45). Ces conditions sont :

1° Les équations (A) [2] ;

2° L'égalité entre le coût total de la production et la recette totale ;

3° $p_x = \pi_x'$, c'est-à-dire l'égalité entre le prix d'équilibre et le prix de revient de la dernière unité produite :

4° Les équations de la forme

$$p_b \cdot \frac{\partial b_x}{\partial c_x} + p_c = 0$$

$$p_b \cdot \frac{\partial b_x}{\partial e_x} + p_e = 0$$

c'est-à-dire les équations (33) qui concourent à dé-

[1] Voir p. 617 et suivantes, 639 et suivantes.

[2] Qui entrent ici implicitement dans les équations.

$$\frac{1}{\varphi_{1 \cdot a}} \cdot \delta \Phi_1 = p_x \, \delta x_1 + \ldots\ldots + \delta a_1 + p_b \, \delta b_1 + \ldots\ldots \text{etc.}$$

Digitized by Google

terminer les coefficients de production dans l'hypothèse du type I.

5° Enfin, la condition que le bilan de l'individu ne dépende pas de la voie par laquelle on arrive à l'équilibre [1].

Les quatre premières conditions caractérisent le type I, la dernière limite quelque peu la portée du théorème. Cette limitation n'a d'ailleurs pas beaucoup d'importance, car le cas des prix variables de façon à faire dépendre le bilan des recettes et dépenses de la voie suivie, n'a pas encore été envisagé.

D'autre part nous savons que les conditions 2° et 3° ne sont pas toujours compatibles entre elles, si l'échange a lieu à prix constants. Il s'ensuit que, dans cette hypothèse, le maximum d'ophélimité théoriquement possible ne saurait pas toujours être obtenu [2].

---

[1] Comparez, p. 176 et p. 195, note [1].

[2] Ainsi, les deux cas où on peut toujours atteindre ce maximum sont : 1° les prix constants avec des coefficients de production constants (pour toute quantité, non économiquement) et en l'absence de frais généraux; 2° les prix de chaque marchandise variant en fonction de la quantité de cette marchandise seulement et de façon à rendre compatibles les équations (27) et (28).

On ne conçoit pas facilement ce dernier cas se réalisant rigoureusement sous le régime individualiste; on y approche par des artifices, par ex. en faisant des distinctions entre les différentes catégories de consommateurs ou des distinc-

Digitized by Google

*
* *

Deux circonstances encore viennent limiter la portée du théorème : il n'a de valeur que si l'on considère le phénomène statique et autant qu'on suppose donnée la répartition [1] des richesses ou revenus.

En effet, un changement des grandeurs économiques peut faire varier de telle ou autre façon les dispositions des personnes, les conditions de production, en un mot les éléments du système économique. Nous n'avons aucun moyen de juger *a priori* de ce que sera l'ophélimité de la collectivité dans ce nouveau système. Nous devons donc sous-entendre dans le théorème : autant que les éléments du système restent sans changements.

Mais même en supposant que des variations de ce genre n'aient pas lieu, les changements dans la répartition des revenus doivent influer sur les demandes des différents articles, partant sur les coefficients de production, les prix, quantités produites, etc... et changer la somme d'ophélimité. Ici encore, c'est, suivant les cas, une variation positive ou négative qui vient s'ajouter à celles que nous

---

tions fictives entre des sortes de marchandises, en réalité identiques, etc.

[1] Qui intervient ici d'une façon toute différente de celle que nous avons envisagée plus haut.

Digitized by Google

avons considérées. Nous devons en faire abstraction, car, dans le cas général, il ne nous est possible de rien affirmer sur sa nature et même sur son existence.

Enfin, comme nous traitons un problème d'économie pure, nous avons négligé les pertes occasionnées par la concurrence telle qu'elle se pratique effectivement, les difficultés d'adaptation, l'impossibilité pour une entreprise d'une certaine grandeur d'atteindre les coefficients optima, etc...

Par suite de toutes ces raisons, le théorème ne saurait être transporté directement dans l'économie appliquée. Il faut surtout se garder de confondre les phénomènes du type I, avec ce qu'on appelle communément la libre concurrence et qui est en effet un mélange de libre concurrence, de monopole et de privilèges de toute sorte. Mais, même en supposant la libre concurrence rigoureuse, la distance est trop grande entre les conditions théoriques que nous avons supposées et celles qui se réalisent, pour que le théorème puisse servir directement à expliquer ou juger les résultats pratiques [1].

Il ne s'ensuit pas, d'ailleurs, que le théorème que nous considérons soit privé de toute portée pratique.

---

[1] « ... Colui che dalle fatte considerazioni traesse la conclusione che, in prattica, la libera concorenza é migliore di ogni altro ordinamento economico, direbbe semplicemento

Digitized by Google

Au contraire, il peut servir utilement à l'étude des questions concrètes, pourvu qu'on ait toujours présentes à la mémoire les limites dans lesquelles il est exact. Et, à ce point de vue, les conclusions précises de l'économie mathématique ont infiniment plus de valeur que les résultats plus généraux, en apparence, et moins abstraites, mais tellement vagues de l'économie littéraire.

3. Application de la théorie de l'équilibre à l'étude des relations particulières.

Les groupes d'équations qui déterminent l'équilibre de l'échange, de la production, etc... se déduisent immédiatement du système (Ω), sous sa forme la plus générale, quand on pose que telles grandeurs doivent être considérées comme des constantes. Ces différents cas particuliers sont donc parfaitement rattachés au cas général; nous avons déjà mentionné cet avantage (très important au point de vue méthodologique) de la théorie de l'équilibre, sur les anciennes théories de la valeur.

Il nous a été relativement facile de déterminer et

---

una sciocchezza ». Voir PARETO : « Di un nuovo errore nello interpretare le teorie dell' economia matematica, *Giornale degli economisti*, 1902, II, 401.

Digitized by Google

classifier les liaisons de ce genre d'une façon qui correspond bien aux différents cas réels. Dans chacune de ses parties notre étude correspond à une période de durée différente, pendant laquelle une partie des tendances seulement peut être considérée comme opérante.

Une division analogue du sujet entre plusieurs parties devrait être faite également, en ce qui concerne les autres liaisons et les propriétés des fonctions indices. Suivant les caractères des biens économiques consommés, suivant la manière dont la richesse est répartie entre les membres de la société, les dispositions de ces derniers au travail, à l'épargne, etc..., certaines relations particulières pourraient avoir lieu au moment de l'équilibre. Des relations de ce genre pourraient même exister dans le cas général : elles seraient déterminées par des propriétés permanentes des fonctions indices, ainsi que nous l'avons déjà indiqué [1].

Le système (Ω) nous donne la forme générale de la solution du problème, mais ne met pas en lumière ces relations éventuelles [2]. Une méthode, simple en

---

[1] Voir chap. IV, sect. 4, p. 164. Nous prions le lecteur de se rapporter à cette section dont les remarques s'appliquent en partie au cas considéré maintenant.

[2] Il s'agit ici de relations quelconques entre plusieurs ou même entre deux grandeurs économiques; dans le der-

Digitized by Google

apparence, s'offre à nous pour les trouver; après avoir attribué aux fonctions certaines propriétés qui caractérisent le cas que nous considérons, nous allons faire varier un des éléments du système et étudier dans les équations (Ω) les variations des autres grandeurs qui s'ensuivront. De cette manière nous pourrons découvrir s'il existe entre ces mouvements des corrélations nécessaires. Il serait oiseux de discuter si cette méthode doit être considérée comme statique ou dynamique ; d'un côté, on envisage les changements des éléments de l'équilibre, mais d'un autre, on ne les considère que pour obtenir des relations qui n'existent qu'à la position d'équilibre; d'après notre manière d'envisager le problème dynamique, les études considérées n'en font pas partie.

Les recherches dont nous venons de parler se heurtent à une double difficulté; d'abord, il nous est le plus souvent très difficile de déterminer les propriétés des fonctions qui caractérisent des cas se rapprochant de la réalité; ensuite, il nous est à peu

---

nier cas, les relations ne seront nécessairement que partiellement déterminées. Leur existence même, d'une façon permanente, autrefois universellement admise, peut être contestée; elle doit même l'être, si l'on considère tous les cas théoriquement possibles; mais il s'agit justement de savoir si à eux tous peuvent correspondre des faits réels.

Digitized by Google

près impossible d'opérer simultanément avec le très grand nombre de relations mathématiques que comprend (Ω). Pour tourner cette difficulté, il faudrait trouver un moyen de simplifier le système, sans l'altérer et en excluant seulement tout ce qui n'influe que dans un degré insignifiant sur la relation considérée.

Une tentative de ce genre a été faite par M. Enrico Barone dans son intéressant article « Sul trattimento delle quistioni dinamiche » [1]. L'auteur se propose d'étudier les répercussions d'un impôt de consommation sur le prix du produit imposé, les prix des services employés pour sa confection, la quantité produite, etc... Il semble qu'au fond il s'agit surtout d'expliquer la méthode par un exemple particulier qui en soi n'a pas beaucoup d'importance; aussi n'est-ce qu'à ce point de vue que nous examinons l'article de M. Barone.

L'auteur prend pour point de départ un système analogue à (Ω), notamment celui qu'avait donné Walras; pour le simplifier il procède de la façon suivante : il commence par démontrer (approximativement) qu'à des petites variations du prix correspondent des variations d'utilité totale, sensiblement égales, quel que soit le mode d'après lequel elles sont

---

[1] *Giornale degli economisti*, novembre 1894.

Digitized by Google

calculées ; celui de Walras (l'offre et la demande d'une marchandise considérées comme fonctions de tous les prix) ou celui de Marshall (la demande d'une marchandise fonction du prix de cette marchandise seule). Ayant admis également que pour de très petits changements les variations de la demande sont inversement proportionnelles à celles des prix, il arrive à réduire le système de Walras à un groupe d'équations beaucoup plus simples dont la solution exacte ou approximative permet de tirer certaines conclusions en ce qui concerne l'effet de la taxe; nous ne les étudierons pas, la question de méthode nous intéressant seule en ce moment.

Notons d'abord la différence entre cette méthode et celle de Marshall ou Auspitz et Lieben. Barone n'a pas admis, comme ces auteurs, l'existence de la courbe plane d'offre des produits [1]. Ce procédé, beaucoup plus correct, lui permet de présenter au moins approximativement l'interdépendance des grandeurs économiques.

On peut au contraire reprocher à l'auteur de s'être borné à l'étude du cas où les variations de la demande sont inversement proportionnelles aux variations du prix ; si on envisage des variations de grandeur finie (et non insignifiantes par rapport aux

---

[1] Voir plus bas, chap. VII.

Digitized by Google

grandeurs elles-mêmes) ce cas doit être extrêmement rare ; on devrait donc compléter son étude par la considération de plusieurs hypothèses types sur la dépendance entre la demande et le prix [1].

Pour juger de la valeur des résultats obtenus par cette méthode, il faut évidemment savoir si les suppositions et simplifications que nous avons faites ne nous éloignent pas trop de la base de notre étude. Les relations entre les fonctions indices et les fonctions d'offre et de demande ne nous sont pas encore suffisamment connues, pour qu'on puisse dans la plupart des cas résoudre cette question ; dans l'état actuel de la science, il vaut mieux s'abstenir de déductions hâtives. Il ne semble d'ailleurs pas qu'on puisse jamais donner une règle générale, en ce qui concerne le degré des approximations permises, la question devra donc être examinée spécialement pour chaque groupe de faits. Mais la méthode de M. Barone a certainement une valeur scientifique et ce n'est que grâce à des simplifications de ce genre qu'on pourra tirer les conséquences du système (Ω) dans des cas particuliers. Il faut seulement que :

---

[1] Ainsi qu'a essayé de faire, par exemple, WICKSELL : *Finanzthgoretische Untersuchungen*, p. 41, dans son étude de l'incidence des impôts sous le régime de la libre concurrence. Wicksell, qui part des considérations très différentes (comparez plus bas, chap. VII) n'a, d'ailleurs, pas développé ses calculs.

Digitized by Google

1° Les conditions de l'approximation soient toujours mises au clair;

2° Ses limites précisées ;

3° Qu'on se garde d'intégrer les résultats partiels ainsi obtenus, car en général ils n'ont de valeur que pour des petites variations.

Il est évident qu'on ne peut réaliser les deux premières conditions qu'en partant d'une solution générale de l'équilibre.

Ici, comme dans d'autres cas que nous avons considérés, les propositions données par l'économie mathématique pourront être depuis longtemps plus ou moins vaguement connues des économistes. Mais la théorie mathématique de l'équilibre nous permet seule de répondre aux questions : quelles sont les suppositions faites pour arriver à ce résultat ? Sont-elles théoriquement compatibles avec toutes les conditions du système ? dans quelles limites le résultat peut-il être considéré comme valable ? En un mot, elle seule nous permet de préciser le sens exact de la solution et lui donne une valeur vraiment scientifique.

*
* *

Nous croyons avoir démontré, dans les sections précédentes, que la théorie de l'équilibre ne devient vraiment féconde qu'autant qu'elle se sert (et d'une manière très effective) de l'analyse mathématique.

Digitized by Google

Les questions telles que la circonstance que le problème est déterminé dans chaque cas, la compatibilité des conditions, certaines déductions déjà faites, comme le très important théorème sur le maximum d'ophélimité, d'autres qui seront incontestablement possibles demain : toutes ces questions ne peuvent être correctement résolues que par les mathématiques. Mais il y a plus : la théorie de l'équilibre, elle-même, ne pouvait être développée par des non mathématiciens ; elle ne pourrait être présentée entièrement sans faire usage des mathématiques, elle ne peut être comprise correctement par ceux qui n'ont aucune habitude du calcul. Les déductions les plus simples, celles qui en apparence ne nécessitent aucun raisonnement symbolique, ne sauraient être strictement démontrées qu'en partant du système (Ω). Ainsi, la multiplicité des relations économiques a été connue il y a longtemps : ceci n'a pas empêché les économistes de rechercher les causes de la valeur. Ce n'est qu'en considérant les grandeurs économiques comme un système, lié par un système d'équations, qu'on obtient une idée nette et exacte de la dépendance mutuelle de ces éléments : ce n'est que lentement et graduellement que cette idée s'est développée dans l'économie mathématique elle-même. On pourrait citer d'autres exemples du même genre : toutes ces constatations nous conduiraient au même résultat, à savoir que la théorie de l'équi-

Digitized by Google

libre est au fond inséparable de son expression mathématique.

Certes, les personnes qui ne sont pas en état de suivre un exposé symbolique devront bien se contenter d'un résumé verbal de la théorie — ceci vaut mieux que rien —; mais il serait étrange de vouloir y limiter la science.

Digitized by Google

CHAPITRE VII

TENTATIVES MATHÉMATICO-ÉCONOMIQUES EN DEHORS DE LA THÉORIE GÉNÉRALE DE L'ÉQUILIBRE

1. Courbes planes d'offre et de demande. A. Marshall

Il existe de nombreuses recherches mathématico-économiques en dehors de la théorie que nous venons d'exposer. Théoriquement, d'ailleurs, elles devraient toutes s'y rattacher, car les relations quantitatives considérées n'ont lieu qu'au moment de l'équilibre général, mais certains auteurs les ont étudiées séparément, en admettant d'une façon plus ou moins explicite que les autres éléments restent stationnaires. Nous avons indiqué les inconvénients de cette manière de procéder; il se peut toutefois qu'on obtienne, grâce à elle, des résultats approximatifs utiles, toutes les fois, notamment, où les éléments négligés ou con-

Digitized by Google

sidérés constants n'exercent pas d'influence notable sur la relation qu'on étudie.

Plusieurs économistes, et non des moindres, se sont servi, dans leurs investigations, de courbes planes d'offre et de demande [1]. Ceci revient à supposer qu'à chaque prix correspondent une seule quantité offerte et une seule demandée. Une telle supposition ne pourrait être faite que si était réalisée une des deux conditions suivantes [2] :

1° Les autres grandeurs économiques n'exercent aucune influence sur les quantités offertes ou demandées ;

---

[1] Nous parlons de courbes, car c'est le mode de représentation qui a surtout été usité, mais tout ce que nous disons s'appliquerait également aux déductions analytiques dans lesquelles l'offre ou la demande d'une marchandise sont considérées comme fonctions du prix de cette marchandise seulement.

[2] Il pourrait sembler qu'il y a une troisième éventualité, notamment quand à chaque prix toutes les autres grandeurs ont été déterminées en conséquence et éliminées entre un nombre égal d'équations, de façon à ne laisser que la relation entre le prix et la demande et le prix et l'offre. Cette opération suppose que nous pouvons présenter toutes les variables en fonction du prix, c'est-à-dire que le nombre d'inconnues (en comprenant le prix) est supérieur à celui des équations. Pour y arriver, nous devrions supprimer une, ou même en réalité plusieurs équations (A), relatives à la marchandise considérée, et notamment, pour avoir la fonction de demande, celles qui s'appliquent à ses fournisseurs,

Digitized by Google

2° Les autres grandeurs restent invariables ;

Ces deux hypothèses sont en désaccord avec les suppositions fondamentales de l'économie pure. Un coup d'œil sur le système d'équations (Ω) suffit déjà à le faire voir [1] ; l'usage des courbes planes d'offre et demande n'est donc pas conforme aux exigences d'une théorie rigoureuse, mais dans certains cas (par exemple, lorsqu'il s'agit de l'échange entre des groupes non concurrents ou bien, assez souvent, si l'on combine les courbes de demande des produits ou services avec les courbes d'offre des services seuls), ce procédé nous donne de bons résultats approximatifs ; il se recommande par sa simplicité et la facilité avec laquelle on en déduit les conclusions.

---

pour avoir la fonction d'offre, celles qui s'appliquent aux consommateurs.

Ce procédé quelque peu contradictoire, et qui n'est d'ailleurs pas tout à fait exact, nous laisserait de plus dans l'ignorance la plus absolue des propriétés, même élémentaires des fonctions ainsi obtenues.

Si nous supprimons l'équation (C), relative à la même marchandise, nous n'obtenons qu'une seule courbe qui nous donne les différences des quantités offertes et demandées en fonction du prix. Ici encore, nous n'avons aucun renseignement sur sa forme.

[1] Comparez aussi chap. IV, 6.

Digitized by Google

*
* *

La méthode est, comme on le voit facilement, celle dont s'est déjà servi Cournot. Sa « loi du débit » n'est autre, en effet, qu'une courbe plane de demande; la fonction qui donne le coût de production n'est pas, strictement parlant, une courbe d'offre, mais présente beaucoup d'analogie avec cette dernière et pourrait même dans certains cas se confondre avec elle (1). Nous trouvons également une courbe de demande, analogue à celle de Cournot, chez l'économiste allemand Mangoldt (2). Plus récemment ce procédé a été mis en honneur par le professeur Alfred Marshall, d'abord, dans ses deux mémoires — *The pure theory of foreign trade* — *The pure theory of domestic values* (3) —; ensuite, dans son ouvrage classique — *Principles of economics* (4).

Dans le premier des mémoires cités, les courbes

---

(1) Comparez chap. II, p. 58 et 60-61.

(2) *Grundriss der Volkswirtschaftslehre*, Stuttgart, 1863.

(3) Londres, 1878. Cet ouvrage, qui n'a jamais été dans le commerce, est actuellement excessivement rare; à notre connaissance, le seul exemplaire accessible au public se trouve dans la Goldsmiths' Library, à l'Université de Londres (call Number, G. 878 (3).

(4) Traduction française d'après la quatrième (partiellement cinquième) édition, *Principes d'économie politique*, Paris, 1907-1909.

Digitized by Google

sont construites de la façon suivante : Supposons deux pays qui échangent entre eux deux marchandises. Portons les exportations de l'un (A) sur l'axe des abscisses (fig. 5), celles de l'autre (B) sur l'axe des ordonnées. A chaque quantité y de (B) reçue par (A),

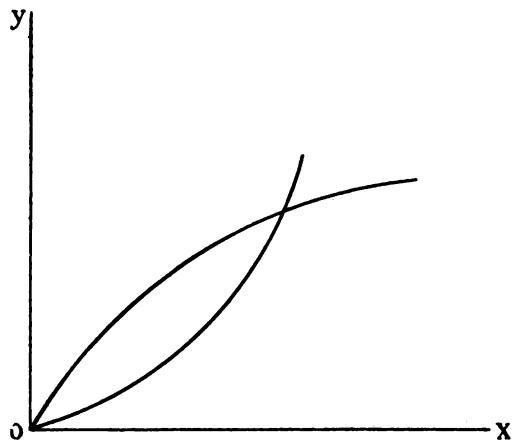

FIG. 5.

correspond une quantité x de A qu'il consent à donner; en réunissant les points xy ainsi obtenus nous avons une première courbe de l'offre de A contre B. De la même manière nous obtiendrons une courbe de l'offre de B contre A. Leur point d'intersection nous donne le point d'équilibre. Les courbes sont généralement convexes relativement à leurs axes respectifs, mais Marshall admet des exceptions; il examine le cas de plusieurs intersections et analyse les condi-

Digitized by Google

tions d'un équilibre stable, questions qui vers la même époque ont été également étudiées par Walras.

Le prix d'équilibre de B en A nous est donné par la tangente de l'angle ϑ que fait, avec l'axe des abscisses, la droite reliant l'origine au point d'intersection.

Remarquons que, s'il n'y a en général que deux échangeurs et deux marchandises, cette construction est strictement, et non seulement approximativement, exacte [1]. Ce n'est pas là le cas examiné par Marshall ; les deux marchandises doivent en réalité en représenter plusieurs autres auxquelles elles sont censées être équivalentes ; dans chaque pays, ensuite, elles font partie de l'ensemble du système économique ; leur offre ou demande dépend par conséquent des éléments qui ne peuvent être supposés stationnaires quand varient les quantités exportées ou importées et leurs rapports d'échange. La construction n'a donc qu'une valeur approximative.

Dans le deuxième mémoire, Marshall a employé un procédé de construction différent quant à la forme; on porte sur l'axe des abscisses les quantités offertes (ou demandées) et sur l'axe des ordonnées

---

[1] C'est d'ailleurs la même dont s'est servie M. Pareto dans le texte de son *Manuel* (fig. 17, p. 192), mais le cas de deux échangeurs n'est cité par lui que comme un exemple et dans un but didactique (Comparez chap. v, sect. I, p. 197).

Digitized by Google

les prix correspondants, exprimés en numéraire. De cette manière on obtient une courbe d'offre et une courbe de demande, dont l'intersection donne le point d'équilibre ; le prix d'équilibre et la quantité échangée sont déterminés en même temps.

Désignons par la ligne AB (fig. 6) la courbe de

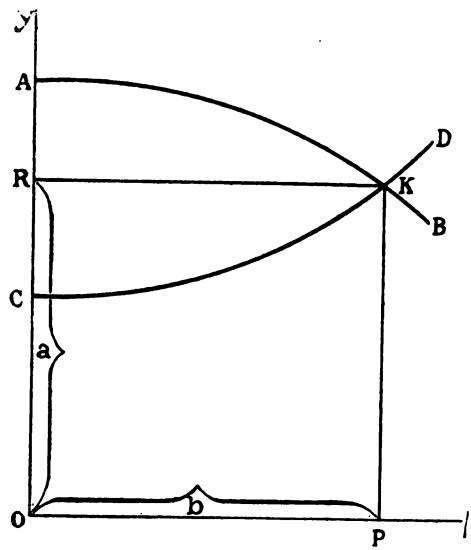

FIG. 6.

demande individuelle, par KP le prix d'équilibre ; Marshall suppose que, dans ces conditions, l'aire OAKP représente la somme de monnaie que le consommateur considéré préférerait donner, que de se passer de la quantité *b* de la marchandise achetée ; mais il l'obtient pour une somme *ab* représentée par

Digitized by Google

le rectangle ORKP, il réalise donc un bénéfice net figuré par l'aire RAK; ce bénéfice, Marshall l'a appelé « consumer's rent » (rente du consommateur) [1].

Si $y = f(x)$ est l'équation de la courbe de demande, (a,b) les coordonnées du point d'équilibre, l'expression analytique de la consumer's rent nous est donnée par

$$\int_0^b f(x).dx - ab$$

* * *

Les diagrammes que nous trouvons dans les *Principes* sont construits de la même façon que ceux du deuxième mémoire. Ils ont surtout pour objet d'illustrer les développements du texte, mais l'auteur remarque plusieurs fois qu'il les considère comme partie intégrante du raisonnement. Il semble attacher

---

[1] Plusieurs années plus tard, une discussion assez vive s'est ouverte sur la question : jusqu'à quel point la « consumer's rent » mesure le gain d'utilité; elle a fait partie de la controverse entre Walras et Auspitz et Lieben, dans la *Revue d'Economie politique*, 1889; quelques temps après, la même question fut discutée entre les professeurs Nicholson, Edgeworth et M. Enrico Barone (Voir *Economic journal*, 1893 et 1894). Pareto y est revenu dans son *Cours* (p. 35 et suivantes). Il semble qu'après les éclaircissements donnés par lui, la dispute soit vidée.

Si nous admettons l'existence de la courbe plane de demande, l'élément de la « consumer's rent », correspondant

Digitized by Google

moins d'importance aux notes mathématiques (analytiques) qui, reléguées dans un appendice à la fin du livre, ne vont pas pour la plupart au delà d'une simple expression en symboles des définitions ou propositions du texte.

En résumé, Marshall s'est servi partout d'une construction approximative, mais il faut ajouter qu'il s'en est toujours servi avec beaucoup de tact et d'habileté. Jointe aux autres qualités éminentes de son livre, elle a donné d'excellents résultats et n'a pas peu contribué à faire de ce livre un des meil-

---

à une très petite quantité de la marchandise $d\,\rho_b$ est donné par

$$d\,V = (p - P).d\,\rho_b$$

où p est le prix que le consommateur serait disposé à payer, P celui qu'il paye effectivement. L'incrément correspondant d'ophélimité totale est

$$d\,\Phi = \left(1 - \frac{P}{p}\right).\varphi_b\,d\,\rho_b$$

où φ_b est l'ophélimité élémentaire de B.

La comparaison de ces deux expressions nous donne immédiatement

$$dV = d\,\Phi.\frac{1}{\varphi_a}$$

La « consumer's rent » mesure donc le gain d'utilité à condition que la valuation de la monnaie soit constante; théoriquement, cette condition ne peut jamais être remplie; pratiquement, on s'en approche sensiblement. Par contre, les gains d'utilité de deux différentes personnes ne sauraient être comparés au moyen de leur « consumer's rent ».

Digitized by Google

leurs traités d'économie. L'utilité de pareilles recherches n'est contestée par personne, pas même par les adversaires déclarés de l'application des mathématiques à notre science. Mais on peut se demander si, en limitant ainsi le champ de cette application, on n'en laisse pas en dehors la partie la plus importante [1].

2. Auspitz et Lieben

Les courbes planes sont également à la base d'une autre tentative importante mathématico-économique, *Untersuchungen über die theorie des Preises,* de MM. Auspitz et Lieben [2]. Ces auteurs cherchent à résoudre la question suivante : Etant donné un système d'échanges réguliers avec intervention de la monnaie, de quoi dépendent le prix et la quantité

---

[1] On sait que Marshall a exprimé lui-même quelques réserves sur l'utilité de l'application des mathématiques à l'économie; on a peut-être exagéré le sens de sa phrase sur les « interminables transcriptions de théories économiques en calculs » (*Principes,* I, p. 11). Il ne semble pourtant pas que le grand économiste ait reconnu toute l'utilité des mathématiques, comme moyen de préciser l'idée de l'interdépendance des grandeurs économiques (qu'on conçoit vaguement sans elles) et d'exprimer l'ensemble des relations qu'elle contient.

[2] Leipzig, 1899.

Digitized by Google

consommée d'une marchandise, en supposant que les mêmes grandeurs relatives aux autres produits et la valeur de la monnaie [1] nous sont données et restent constantes ? Ils croient avoir trouvé la solution, en disant que le prix doit être simultanément égal au coût de la production et à l'utilité (exprimée en monnaie) de la dernière unité produite et que cette coïncidence ne pouvant se rencontrer qu'une fois, par suite de la forme des courbes d'utilité et du coût de production, la quantité est déterminée en même temps. Pour le démontrer ils se servent d'une construction géométrique que nous avons essayé de reproduire dans la figure 7 et que nous expliquerons tout à l'heure. Dans cette construction et dans les raisonnements, ils ont admis que l'utilité de chacune des parcelles successives d'un objet était mesurée par le prix qu'on préférerait payer que de s'en passer entièrement ; ils ont même fait la somme de ces utilités individuelles exprimées en monnaie pour obtenir l'utilité collective. Il est inutile de répéter que cette manière de procéder n'est pas très correcte et ne saurait être admise que comme formule elliptique : pour une même personne, l'utilité ne peut être mesurée par le prix, que si nous admettons une constance absolue dans la valuation de la monnaie

---

[1] Comparez, p. 179.

Digitized by Google

en laquelle sont exprimés les prix; quant aux utilités de différentes personnes, elles sont en général incommensurables. Les sommes totales de monnaie ne nous disent rien sur l'utilité (ophélimité) effective qu'elles représentent [1].

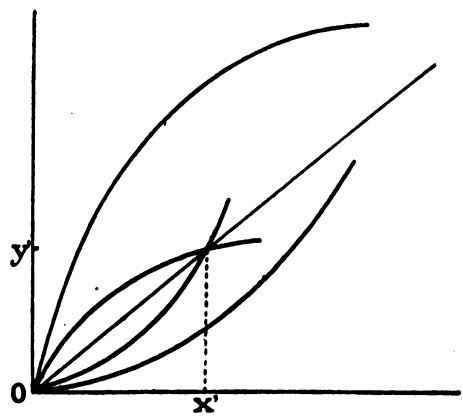

FIG. 7.

Voyons maintenant la représentation graphique. On porte sur l'axe des abscisses (fig. 7) [2] les quantités du produit considéré (quantités produites ou

---

[1] On voit la différence avec le procédé de Pareto, qui fait seulement coïncider le maximum d'ophélimité avec le maximum de valeur en monnaie des produits et services possédés, mais se garde bien de mesurer l'une de ces quantités par l'autre.

[2] Elle n'a pour but que de donner une idée approximative de la construction de MM. Auspitz et Lieben. Les

Digitized by Google

consommées par la société entière) et sur l'axe des ordonnées, des sommes de monnaie. En faisant correspondre à chaque quantité produite x, la somme totale y que cette production a coûtée, on obtient une première courbe (Konstenkurve) ; selon les auteurs elle possède les propriétés suivantes : 1° elle commence à 0; 2° va en montant; 3° est toujours concave du côté des y positifs; 4° s'approche assymphotiquement d'une droite verticale.

En faisant correspondre à chaque quantité (consommée) x la somme de monnaie qui représente l'utilité totale de cette quantité, on obtient une deuxième courbe (Nützlichkeitskurve) qui est caractérisée ainsi : 1° elle commence à 0 ; 2° elle va en montant d'abord, en descendant ensuite (cette dernière partie n'est pas indiquée sur notre diagramme); 3° est convexe du côté des y positifs.

La signification économique de la concavité ou convexité de ces courbes est claire; elle veut dire que l'utilité des unités successives va en diminuant, tandis qu'au contraire leur prix de revient augmente toujours. La dernière supposition peut paraître étrange; les auteurs ont cherché à la justifier par la considération suivante : Si nous admettons que l'apport individuel d'un producteur n'exerce pas

---

courbes qui sont représentées sur notre figure ne reproduisent pas exactement les relations décrites dans le texte.

Digitized by Google

d'influence sur le prix, ce producteur ne s'arrêtera jamais à un point où le prix de revient diminue — ces parties de la courbe doivent donc, strictement, être considérées comme inexistantes ; en première approximation et pour ne pas compliquer le raisonnement, on peut considérer la courbe comme continuellement ascendante, quitte à prendre ensuite une correction.

Des deux courbes fondamentales il est facile de déduire les courbes d'offre et de demande ; le prix doit être égal au coût de production de la dernière unité ; à chaque prix, l'offre est donnée par la quantité dont la dernière parcelle est produite justement à ce prix. Enfin le prix de revient est représenté à chaque moment par la dérivée $\frac{dy}{dx}$ ou géométriquement par le coefficient angulaire de la tangente à la courbe; la somme pour laquelle on offre une quantité (c'est-à-dire le produit du prix par la quantité) se détermine géométriquement d'une façon très simple; on trace par l'origine une parallèle à la tangente au point d'abscisse x; l'ordonnée de cette parallèle, correspondante à la même abscisse, nous donne la somme cherchée. Et en faisant correspondre à chaque quantité x la somme y pour laquelle elle est offerte, nous obtenons une nouvelle courbe, la courbe d'offre, dérivée de celle du coût de production; si nous attribuons à cette dernière les pro-

Digitized by Google

priétés que lui supposent MM. Auspitz et Lieben, la nouvelle courbe devra également être toujours concave du côté des y positifs et s'approcher assymphotiquement d'une droite verticale. Ceci implique que la quantité offerte n'augmente pas infiniment avec une augmentation du prix, mais rencontre une limite à partir de laquelle elle reste à peu près constante.

On construit d'une façon analogue la courbe de demande, dérivée de celle d'utilité. De même que cette dernière, elle est toujours convexe du côté des y positifs; ses ordonnées augmentent d'abord, mais à un moment donné passent par un maximum et diminuent ensuite constamment.

On voit facilement que dans ces conditions les courbes d'offre et de demande ne peuvent se rencontrer qu'une seule fois ; leur intersection nous donne le point d'équilibre $(x'y')$; le prix est exprimé par le coefficient angulaire du vecteur reliant ce point à l'origine, égal au coefficient angulaire de chacune des tangentes aux courbes du coût de production et d'utilité aux points d'abscisse x'.

La construction que nous venons de décrire permet d'assez nombreuses déductions, surtout en ce qui concerne le commerce international, les monopoles, les impôts, etc..., on en déduit également très facilement le théorème sur le maximum d'ophélimité, sous le régime de la libre concurrence.

Digitized by Google

Ce théorème, ainsi obtenu, n'a évidemment pas la même signification que celui de Pareto; il n'a ni la généralité, ni la rigueur de ce dernier; il ne s'applique qu'à des transactions sur un seul produit. Mais le prix ou la quantité produite ou consommée d'une marchandise réagissent sur les éléments relatifs aux autres produits et exercent de cette manière sur l'ophélimité une influence que Auspitz et Lieben n'ont pas prise en considération. C'est ce qui explique qu'ils ont pu omettre entièrement une des conditions du maximum d'ophélimité, celle notamment qui consiste dans l'égalité pour l'entrepreneur du coût de production avec l'ensemble de la recette.

*
* *

Le livre de Auspitz et Lieben a été l'objet de critiques sérieuses et souvent bien fondées. On a reproché aux auteurs d'avoir assimilé l'utilité au prix, admis un coût de production constamment croissant, confondu dans la même notion du producteur deux personnages économiquement distincts, l'entrepreneur et le fournisseur des services, etc... Ce qui y est surtout critiquable, c'est l'admission que la valeur de la monnaie peut rester constante malgré des variations considérables du prix. (Marshall ne fait cette supposition que pour des petits changements.) Cette admission est pourtant indispensable

Digitized by Google

pour donner aux courbes d'offre et de demande, surtout à la première, la forme que leur attribuent Auspitz et Lieben; elle constitue donc jusqu'à un certain point une des bases du système [1].

Les défauts du livre sont inhérents à la méthode qui distrait artificiellement certaines parties du système général. Suivant les cas, ils sont plus ou moins accusés. Dans les meilleurs cas on n'obtient de cette manière qu'une solution partielle insuffisante. Si on

---

[1] Dans un appendice, les auteurs ont cherché à démontrer que les propriétés fondamentales des courbes restent les mêmes, quand on admet une valuation variable de la monnaie (appendice II), mais leur argumentation n'est pas suffisante; nous ne pouvons analyser ici la construction compliquée dont ils se sont servie; l'erreur a été d'ailleurs reconnue et expliquée par M. Lieben lui-même dans son article « Die merfachen Schnittpunkte zwischen der Angebots und Nachfragekurven » (Zeitschrift f. Volkswirtschaft, etc., Vienne, 1908, p. 609). (Les auteurs avaient raisonné pp. 497 et 498, comme si le produit

$$\frac{d\,\psi\,(x_a\,,\,tg\,\theta_a)}{d\,\eta}\cdot tg\,\theta_a$$

devait varier toujours, dans la même direction que le prix $tg\,\theta_a$, ce qui n'est pas toujours exact).

L'appendice IV contient une tentative de résoudre analytiquement l'ensemble du problème de l'équilibre, tentative qui ne peut être considérée comme satisfaisante qu'autant qu'il s'agit de l'échange simple. Elle est d'ailleurs un peu en dehors de l'ensemble du système de MM. Auspitz et Lieben.

Digitized by Google

en tire toutes les conséquences logiques, on se heurte nécessairement à des contradictions. C'est un peu ce qui est arrivé à Auspitz et Lieben. On ne peut pourtant pas nier que leur livre contient d'assez bonnes solutions approximatives de plusieurs questions particulières.

3. Edgeworth. Knut Wicksell. Remarques générales sur l'emploi des courbes planes

L'emploi des courbes planes est très répandu, surtout parmi les économistes anglais et américains. Le professeur F.-Y. Edgeworth [1] s'en est souvent servi avec succès, notamment dans ses études sur le monopole, dans lesquelles il y a brillamment développé les idées de Cournot. Ainsi que nous l'avons dit plus haut (chapitre II), appliquée à ces questions, la méthode considérée offre de sérieux avantages et n'entraîne qu'une inexactitude relativement petite. Employée avec mesure comme l'a fait le professeur Edgeworth, elle donne des résultats irréprochables

---

[1] « International values » *Economic journal*, 1894 « The pure theory of taxation », *ibidem*, 1897; « Professor Seligman on mathematical method », *ibidem*, 1899; « Contribution to the theory of railway rates », *ibidem*, 1911-1912. « La teoria pura del monopolio », *Giornale degli economisti*, 1897.

Digitized by Google

et constituant un véritable progrès dans l'étude des sujets examinés.

Knut Wicksell a fait usage du même procédé en parlant de l'incidence des impôts sous le régime du monopole (1). Dans cette partie de son ouvrage il ne dépasse d'ailleurs pas les résultats atteints par Cournot. La principale contribution à la science de l'économiste suédois consiste, comme on le sait, dans ses études sur le capital, où il a développé d'une façon originale et remarquable les idées de Jevons et de Böhm-Bawerk. Wicksell a donné à sa théorie une expression mathématique (2) en considérant la productivité comme fonction de la période de production. Malheureusement, pour le faire, il nous faut supposer constantes des grandeurs, qui de par la nature du problème doivent varier avec les changements de la période de production. Ici encore, nous avons affaire à une courbe plane (courbe plane de la productivité), et les objections générales qui s'appliquaient à ces dernières, quand il s'agissait de l'offre ou de la demande en fonction du prix, peuvent s'appliquer aux tentatives comme celle de Wicksell.

Toutes les constructions de ce genre n'ont qu'une

---

(1) *Finanztheoretische Untersuchungen*, Jena, 1896, pp. 19-21.

(2) *Uber Wert, Kapital und Rente*, Jena, 1893, pp. 95-105.

Digitized by Google

valeur approximative et s'écartent plus ou moins de l'exactitude complète. Il ne s'ensuit pas qu'elles soient inutiles; aussi bien au point de vue didactique que heuristique, elles peuvent rendre des services importants, en précisant les idées, en faisant voir des relations qu'il est difficile ou même impossible de découvrir avec le raisonnement ordinaire. Maniées par une main habile, elles peuvent même donner des résultats ne contenant pas d'erreur, mais les cas de ce genre sont en nombre limité, et, ce qui est plus grave, la méthode elle-même ne nous donne pas de sécurité à ce point de vue. Logiquement développées, les propositions qui sont à sa base nous conduisent presque toujours à des erreurs : il n'y a rien d'aussi dangereux qu'un raisonnement déductif appliqué à des prémisses incomplètes. Le raisonnement mathématique, qui est la forme la plus pure de la déduction, en partage évidemment les inconvénients; mais en même temps les mathématiques nous donnent le moyen de les éviter; dans le cas qui nous préoccupe elles nous permettent d'envisager l'ensemble des éléments au lieu d'en distraire une relation séparée. Ce qu'on peut justement surtout reprocher aux tentatives basées sur la considération de la fonction d'une variable, c'est de ne pas présenter les avantages qui découlent de ce caractère de l'analyse, et que nous considérons comme les plus précieux résultats de son application ; de ne pas nous donner le moyen

Digitized by Google

de préciser exactement les conditions des théorèmes particuliers, coordonner ces théorèmes et les rattacher à des propositions plus générales ; enfin, de nous laisser dans l'ignorance sur le degré de leur approximation. Aussi, malgré l'indéniable utilité de ces tentatives et la valeur des conceptions économiques qu'elles accompagnent quelquefois, elles ne sauraient être comparées, au point de vue de leur importance scientifique, aux travaux mathématico-économiques de Walras ou Pareto [1].

---

[1] En dehors des ouvrages examinés, il existe encore une grande quantité de livres ou d'articles qu'on peut ranger dans l'économie mathématique. Beaucoup d'entre eux n'ont aucune valeur, soit à cause d'une conception fausse ou trop étroite du rôle des mathématiques, soit à cause de la connaissance insuffisante des sujets traités. Mais il y a certainement beaucoup de bons ouvrages, dont nous n'avons pas parlé, ou bien parce qu'ils traitent des questions très spéciales, ou bien parce que l'emploi des mathématiques n'y joue qu'un rôle tout à fait secondaire.

On devrait peut-être faire une exception pour les études sur la localisation des industries qui ont été faites par plusieurs économistes allemands. Nous citerons ici : LAUNHARDT: *Kommerzielle Trassirung der Verkehrswege*, Leipzig, 1887, et un article dans le *Zeitschrift des Vereines der deutschen Ingenieure*, 1882, sous le titre: « Die Bestimmung des zweckmässigsten Standortes einer gewerblichen Anlage », et WEBER : *Uber den Standort der Industrien*, Tubingen, 1909, avec une annexe mathématique de G. Pick. La question a, comme nous voyons, à peine commencé d'être

Digitized by Google

traitée et il est encore difficile de se prononcer sur la valeur des études mathématiques du sujet (Comparez un article du professeur L. DE BORTKIEWICZ dans le *Archiv f. Sozialwissenschaft*, 1910, I, p. 759 et suivantes, qui conclut à l'inutilité des développements géométriques de Weber-Pick).

Digitized by Google

CONCLUSION

Nous touchons au terme de notre étude. Nous avons analysé les principales tentatives d'appliquer les mathématiques aux problèmes de l'économie; nous voudrions maintenant résumer brièvement les enseignements que suggère cet examen.

Tout d'abord nous pouvons constater que les mathématiques n'ont été appliquées qu'à une partie de l'économie politique pure; notamment à l'étude de l'équilibre économique. Cette étude laisse en dehors beaucoup de questions importantes. On n'a pas encore tenté de les étudier avec l'aide des mathématiques, soit que de par leur nature ces questions ne peuvent être traitées que par induction, soit qu'elles aient offert jusqu'à présent des difficultés insurmontables au calcul. C'est ici qu'appartiennent les problèmes qu'on a plus ou moins heureusement rassemblés sous le nom de dynamiques et qui se

Digitized by Google

posent quand on considère l'état économique comme évoluant avec le temps [1].

En ce qui concerne le terrain limité du problème de l'équilibre, nous avons vu que les moyens d'expression et de raisonnement propres aux mathématiques nous donnent un excellent, sinon l'unique, moyen d'exposer correctement et d'une façon générale l'ensemble des relations d'interdépendance qui constitueraient la vie économique dans un état sta-

---

[1] M. Pareto a envisagé dans son *Cours d'Economie politique* la possibilité d'une étude mathématique de ce sujet. Les deux ou trois remarques qu'il y consacre sont d'ailleurs restées sans développement. La seule tentative que nous connaissions dans cet ordre d'idées est l'article du même auteur : « Le equazioni del equilibrio dynamico », *Giornale degli economisti,* 1901 (Voir plus haut, p. 240). Cet article prouve que la chose n'est pas impossible, au moins théoriquement.

Il faut distinguer deux groupes de phénomènes dynamiques : les premiers ont lieu quand on considère un système économique qui cherche son équilibre; avant que ce dernier soit atteint, s'écoulera une certaine période de temps dont la longueur dépend de ce qu'on peut appeler la faculté d'adaptation des individus et des entreprises. Nous pourrions étudier la vitesse des changements, l'ordre de leur succession, etc. La difficulté du traitement mathématique de la question consiste dans notre ignorance complète des relations quantitatives qui caractérisent cette faculté d'adaptation.

Un deuxième groupe de phénomènes dynamiques correspond à l'évolution économique. Dans certaines conditions,

Digitized by Google

tionnaire, et qui en réalité présentent l'ensemble des tendances les plus générales et nécessaires des phénomènes concrets. Il s'ensuit que seule l'économie mathématique est toujours en état de préciser les conditions et limites des théorèmes (généraux ou particuliers) se rapportant à ce sujet et de leur donner une démonstration rigoureuse.

Par contre, le très grand nombre d'éléments du système caractérisant l'équilibre, et l'ignorance des fonctions qui y entrent, font qu'il est très difficile d'exprimer explicitement différentes relations que ce système peut implicitement contenir. Ceci nous explique en partie pourquoi l'économie mathématique, malgré l'indéniable puissance de ses moyens d'in-

---

les grandeurs des variables réagissent sur les éléments du système, tels que les fonctions indices, les coefficients de production, etc. Si nous pouvions donner une définition quantitative de cette influence, nous pourrions tenter une étude mathématique des relations de ce genre. C'est à ce groupe qu'appartient justement le cas de l'accroissement périodique des capitaux, traité par M. Pareto, dans l'article que nous citons plus haut. (C'en est d'ailleurs un des cas les plus simples.) Ici encore, l'ignorance absolue des caractères des relations considérées sera pour nous le principal obstacle.

La possibilité d'une étude mathématique des phénomènes dont il s'agit dépendra donc en premier lieu des données que nous fournira l'expérience. Il serait prématuré aujourd'hui d'émettre une opinion sur son utilité.

Digitized by Google

vestigation, ne nous a jusqu'à présent donné que si peu de propositions matériellement nouvelles [1]. Cependant il est inexact de prétendre, comme le font les adversaires de l'économie mathématique, qu'elle ne nous a permis de découvrir « aucune importante vérité économique ». Au point de vue de la science, une démonstration rigoureuse, une coordination des éléments, des précisions sur les limites dans lesquelles une proposition est exacte, sont aussi importantes qu'une proposition matériellement nouvelle. Le reproche ne serait donc fondé que de la part de ceux dont la curiosité pour les questions économiques est satisfaite par des ouvrages de vulgarisation : tout le mécanisme intérieur de la science ne présente pas d'intérêt pour eux, car ils ne peuvent pas en saisir la portée; aussi n'y a-t-il pas beaucoup d'espoir de voir l'économie politique devenue populaire, même parmi ceux que leurs connaissances rendent capables d'en lire les ouvrages.

Mais il devrait en être autrement des économistes eux-mêmes. Une science, digne de ce nom, ne peut

---

[1] Il y a d'ailleurs à cela une autre raison : dans le cadre abstrait et immuable de l'économie pure, le nombre de relations possibles est limité en comparaison avec celles qui découlent des phénomènes secondaires dont nous avons fait abstraction. Il est évident que l'économie mathématique ne peut pas enregistrer ces dernières.

Digitized by Google

exister sans précisions et démonstrations strictes; c'est pour avoir négligé de préciser les conditions de ses théorèmes, que l'économie classique est tombée si facilement sous les attaques de ses adversaires. Aussi, tout perfectionnement, tout résultat obtenu dans le sens indiqué plus haut, doit être considéré comme précieux par ceux qui désirent que notre science soit autre chose qu'un amas de renseignements sans lien entre eux.

Dans la suite, d'ailleurs, la théorie mathématique de l'équilibre nous permettra, peut-être, de découvrir des théorèmes entièrement inconnus jusqu'alors. Il ne faut pas oublier que cette discipline est encore dans l'enfance; des recherches guidées par la conception de l'ensemble pourront nous renseigner sur les propriétés des fonctions, jusqu'à présent indéterminées, ce qui constitue le principal obstacle à l'application de la théorie aux cas particuliers.

Mais tout en reconnaissant l'utilité de l'application des mathématiques il faut se garder des exagérations, ne pas croire, par exemple, que grâce à elles nous pourrons réaliser une sorte d'astronomie sociale qui nous permetterait de prévoir quantitativement tous les phénomènes économiques. Nous croyons avoir suffisamment expliqué que telle n'est pas l'ambition de l'économie mathématique. Elle cherche simplement à saisir les relations générales entre les grandeurs économiques dans leurs grandes

Digitized by Google

lignes. Et, en revanche, il n'y a que le raisonnement mathématique qui possède la puissance nécessaire pour réussir dans cette tâche.

Certes, l'économie mathématique restera toujours très abstraite; ses théorèmes ne sont que des schémas, destinés à nous faire comprendre la réalité, et non l'image fidèle de cette réalité. Ils ne pourront jamais être directement appliqués à la solution des cas pratiques ; la dernière phrase doit être comprise non seulement dans ce sens que nous ne devons pas y chercher des préceptes pour notre action; le rôle de toute science n'est pas de nous apprendre ce qui doit être, mais ce qui est ; la mécanique ne nous apprend pas comment nous devons construire des ponts de chemins de fer, mais à quelles conditions satisfont des ponts construits d'une certaine façon. Seulement, s'il n'y a pas de doute sur les conditions qui doivent être imposées à l'ouvrage, la réponse à la question pratique se trouve donnée par la théorie, à une conclusion élémentaire près.

De même, l'économie politique, qu'elle soit théorique ou concrète, ne nous dit jamais comment nous devons agir, mais tout au plus quelles seront les conséquences de telle ou autre manière d'agir. Maintenant, si nous n'avons pas de doute en ce qui concerne nos préférences, une connaissance théorique de ce qui est, coïncide toujours, à une conclusion élémentaire près, avec l'indication pratique de ce que

Digitized by Google

nous devons faire. Par exemple, si nous démontrons d'une façon irréfutable que telle organisation économique procure le maximum d'ophélimité effective à un groupe de personnes et que notre but est d'assurer le maximum d'ophélimité à ce groupe, une conclusion pratique s'impose : celle de choisir cette organisation; la science n'impose pas une manière d'agir, mais elle dirige notre action.

C'est dans ce sens que nous avons dit que l'économie mathématique n'est pas directement utilisable; ses théorèmes ne sont exacts que dans des conditions trop éloignées de la réalité; ses notions ne concordent pas avec celles de la vie ordinaire. Il est probable, par exemple, que le maximum d'ophélimité pour la société se présente à beaucoup de personnes comme un idéal à atteindre; mais, étant donné que sous un régime individualiste il n'est pas possible de faire abstraction du problème de la répartition, il se pourrait bien que peu d'entre elles admettent pour ce maximum la définition de M. V. Pareto; ce n'est d'ailleurs pas un reproche, la science n'est pas tenue de former ses notions suivant les besoins de la pratique.

Il serait inexact d'en conclure que l'économie pure n'est d'aucune utilité pour l'économie sociale. Si ses notions et ses théorèmes sont abstraits, en revanche ce caractère n'est pas caché; il est précisé de manière à rendre impossible toute confusion, au moins pour

Digitized by Google

un lecteur attentif et de bonne foi. Le passage des propositions scientifiques aux conclusions pratiques n'est pas impossible; mais il n'est plus simple, il exige un travail intellectuel.

Le principal service que l'économie pure rend, pour le moment, à la pratique est de déblayer le terrain de théories fausses ou exactes seulement dans des conditions imprécises, de montrer la complication là où elle existe; elle est un excellent procédé de critique : une proposition inexacte dans l'hypothèse simplifiée, où l'économie mathématique envisage les phénomènes, ne saurait évidemment être exacte dans les conditions encore plus complexes de la réalité. Ce rôle négatif, destructeur de l'économie pure, a été surtout mis en avant par certains critiques [1]. Il nous semble pourtant qu'en donnant à l'économie le moyen d'exprimer l'ensemble des relations de dépendance mutuelle des éléments; en précisant les conditions et déterminant les limites des théorèmes, en leur donnant des démonstrations rigoureuses, l'économie mathématique joue un rôle positif plus important et certainement plus riche en promesses pour l'avenir.

---

[1] Par ex., M. Painlevé, dans la préface à la traduction française de Jevons.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google